

# 大规模离散 MU-MIMO: 低复杂度、信息理论最优检测与 多用户编码



## Massive Discrete MU-MIMO: Low-Complexity Information-Theoretically Optimal Detection and Multi-User Coding

陈学辉/CHEN Xuehui<sup>1</sup>, 池育浩/CHI Yuhao<sup>1</sup>, 刘雷/LIU Lei<sup>2</sup>

(1. 西安电子科技大学, 中国 西安 710071;

2. 浙江大学, 中国 杭州 310058)

(1. Xidian University, Xi'an 710071, China;

2. Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

DOI: 10.12142/ZTETJ.202401009

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/34.1228.TN.20240228.0939.004.html>

网络出版日期: 2024-02-28

收稿日期: 2024-01-10

**摘要:** 研究了一种实际的大规模离散多用户多输入多输出 (MU-MIMO) 系统, 涵盖了大规模天线与用户、实用的信道编译码、任意输入分布、仅接收机已知信道状态信息、一般右酉不变信道矩阵、模数转化器等实际通信约束。针对理想和低分辨率模数转换器下的大规模离散 MU-MIMO 系统, 分别提出了低复杂度、信息理论最优接收机和多用户码设计准则, 并给出实际多用户低密度奇偶校验码 (LDPC) 设计。数值实验证实所设计的多用户 LDPC 比现有的单用户 LDPC 获得了 2~5 dB 性能增益, 同时还解决在信道恶劣和低分辨率模数转换器下单用户码无法准确恢复信息的难题, 揭示了现有贝叶斯最优接收机与单用户码直接结合不再是最优方案。

**关键词:** 大规模离散 MU-MIMO; 低复杂度; 信息理论最优; 迭代接收机; 多用户码

**Abstract:** A practical massive discrete multi-user multiple-input multiple-output (MU-MIMO) system is studied, which includes massive antennas and users, practical channel coding and decoding, arbitrary input distributions, available channel state information at the receiver, general right-unitarily-invariant channel matrices, and the analog-to-digital converter. For massive discrete MU-MIMO systems with ideal and low-resolution analog-to-digital converters, the low-complexity and information-theoretically optimal receiver and multi-user code design principles are proposed, respectively, on which practical multi-user low-density parity-check codes (LDPC) are designed. Numerical results show that the designed multi-user LDPC can achieve a performance gain of up to 2~5 dB over the existing single-user LDPC. They also address the issue that single-user codes cannot successfully recover information under poor channel and low-resolution analog-to-digital converters, and reveal that the direct combinations of existing Bayes-optimal receivers with single-user codes are no longer optimal.

**Keywords:** massive discrete MU-MIMO; low complexity; information-theoretically optimal; iterative receiver; multi-user code

**引用格式:** 陈学辉, 池育浩, 刘雷. 大规模离散 MU-MIMO: 低复杂度、信息理论最优检测与多用户编码 [J]. 中兴通讯技术, 2024, 30(1): 46-54. DOI: 10.12142/ZTETJ.202401009

**Citation:** CHEN X H, CHI Y H, LIU L. Massive discrete MU-MIMO: low-complexity information-theoretically optimal detection and multi-user coding [J]. ZTE technology journal, 2024, 30(1): 46-54. DOI: 10.12142/ZTETJ.202401009

随着无线通信技术和物联网行业的快速发展, 一系列新兴通信服务不断涌现, 包括异构车联网系统、多媒体通讯以及移动无人机网络等。预计在未来 6G 无线通信场景

中, 每平方公里的无线终端连接数量可能高达千万级别<sup>[1-2]</sup>。面对如此大规模连接和高吞吐量的要求, 多址接入技术是一项关键的解决方案。然而, 传统的正交多址接入 (OMA) 技术在有限的频谱资源上仅能支持少量用户。相比之下, 非正交多址接入 (NOMA) 允许大量用户共享频谱传输, 从而提升接入设备数量、频谱利用率和降低通信时延。为了进一步提升空间资源利用率, NOMA 技术与多用户多输入多输出

**基金项目:** 国家自然科学基金重大项目 (62394292); 国家自然科学基金重点项目 (62131016); 国际自然科学基金青年项目 (62201424、62301485); 中兴产研项目 (IA20231213009); 国家重点研发计划 (2021YFA1000500); 陕西省重点研发计划 (2023-YBGY-218)

(MU-MIMO)<sup>[3]</sup>技术相结合。然而,由于未来6G业务数据种类繁多、通信场景多样化、用户和天线数量庞大,通信场景变得更加复杂,这导致现有基于理想假设的MU-MIMO技术不再适用,无法有效支持复杂的6G通信场景。另外,现有工作只考虑部分非理想假设下的MU-MIMO。例如,文献[4]只考虑1 bit量化约束下的MU-MIMO系统的预编码。文献[5]只考虑贝叶斯最优的接收机设计,忽略了信道编码的影响。文献[6]只考虑点对点信道下的码设计,忽略了用户间干扰的影响。总而言之,现有技术很少综合考虑多种非理想假设下的MU-MIMO接收机和编码设计。因此,本文聚焦于更实用的大规模离散MU-MIMO<sup>[7]</sup>,考虑了更为实际的系统假设:包括大规模天线与用户、实用的信道编译码、任意输入分布、仅接收机已知信道状态信息(CSI)、一般右酉不变信道矩阵(涵盖常见的瑞利、相关、病态等信道矩阵)、模数转换器(ADC)等实际通信约束。这些实际的假设也给大规模离散MU-MIMO系统设计带来了新的挑战:

1) 如何设计适合于大规模离散MU-MIMO的低复杂度、信息理论最优接收机是一个巨大挑战。针对更为实际的通信假设,现有的接收机无法达到最优性能,因此,迫切需要设计低复杂度、高可靠的接收机。

2) 大规模离散MU-MIMO系统的实际多用户码设计原理尚不明确。传统的单用户信道编码仅仅只考虑了信道噪声的影响,而忽略了大规模天线和多用户间干扰。因此,现有的信道编码方案无法直接应用在实际大规模离散MU-MIMO系统中,迫切需要针对复杂的实际通信场景设计更加灵活和实用的多用户编码方案。

为解决上述难题,本文提出了低复杂度、信息理论最优接收机和多用户码设计准则。具体而言,首先在理想ADC器件的假设下,利用互信息与最小均方误差定理<sup>[8]</sup>,提出了

容量-面积定理,证实近似消息传递(AMP)、正交AMP和记忆AMP的容量最优性,并给出最优多用户码设计准则。进一步考虑实际低分辨率ADC器件影响,对广义AMP、广义正交AMP和广义记忆AMP接收机给出了可达速率分析以及相应的最优码设计准则。最后,本文以正交AMP、记忆AMP以及广义正交AMP接收机为例,设计了多用户低密度奇偶校验码(MU-LDPC)。数值实验表明,所设计的MU-LDPC比现有的单用户LDPC(SU-LDPC)在误码率(BER)性能上提高2~5 dB,特别是在信道条件恶劣和1 bit量化场景下,现有的规则和非规则的SU-LDPC已经无法准确恢复信息,而MU-LDPC仍能够准确恢复信息。这为未来6G复杂场景通信提供了有效的解决方案。

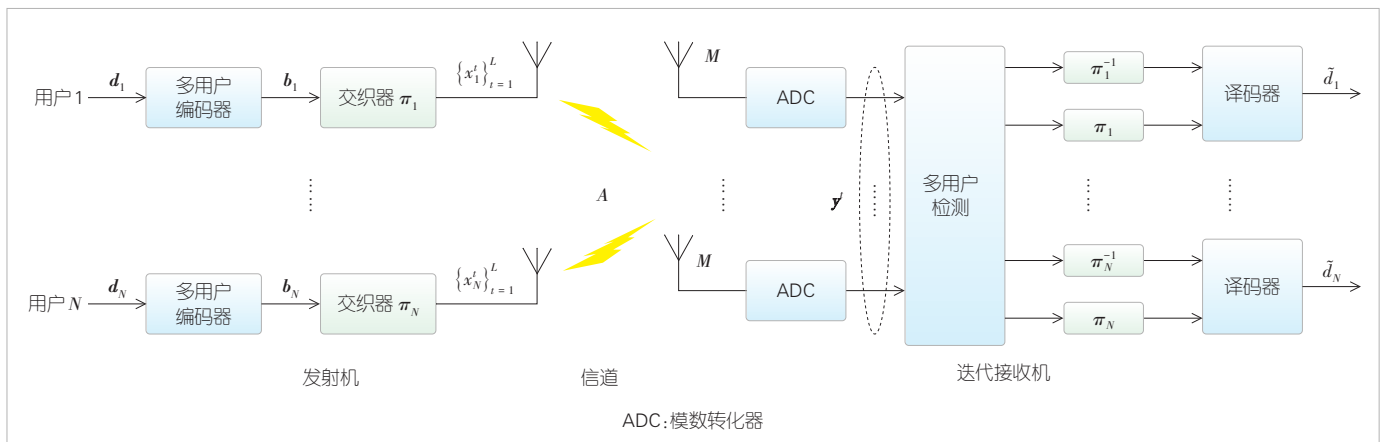
### 1 系统模型

如图1所示,在大规模离散MU-MIMO系统中, $N$ 个单天线的用户采用交织多址接入方式进行传输,每个用户的传输符号长度为 $L$ 。具体而言,用户 $k$ 采用多用户编码器(包含信道编码和离散数字调制)对信息序列 $d_k$ 进行编码得到编码序列 $b_k$ ,再通过每个用户特定的交织器 $\pi_k$ 生成符号序列 $x_k$ ,并将其发送至信道,其中 $k = 1, 2, \dots, N$ 。为简化表示,在 $t$ 时刻,将所有用户的发送信号记为 $\mathbf{x}^t = [x_1^t, x_2^t, \dots, x_N^t]^T$ 。

假设接收机配备了 $M$ 根接收天线,考虑到实际ADC对接收到的信号进行量化处理,我们将 $t$ 时刻量化后的信号记为 $\mathbf{y}^t$ ,即:

$$\mathbf{y}^t = Q(\mathbf{A}\mathbf{x}^t + \mathbf{n}^t), \quad t = 1, 2, \dots, L, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{A}$ 为右酉不变信道矩阵(涵盖常见的瑞利、相关、病态等信道矩阵), $\mathbf{n}^t$ 为加性高斯白噪声, $Q(\cdot)$ 为逐符号量化函数,即对复信号的实部和虚部分别进行量化。基站利用接收信号 $\mathbf{y}^t$ 、信道矩阵 $\mathbf{A}$ 、量化函数 $Q(\cdot)$ 和 $\mathbf{x}^t$ 的先验信息,采用



▲图1 大规模离散多用户多输入多输出系统

迭代接收机实现信号恢复。

本文研究的大规模离散MU-MIMO系统基于以下假设:

1) 系统中包含大规模的用户和天线, 即  $N, M \rightarrow \infty$  且固定信道负载  $\delta = N/M$ 。

2) 信道矩阵  $\mathbf{A}$  的奇异值分解为  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H$ , 其中  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{M \times M}$  和  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  为酉矩阵,  $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  为对角矩阵。 $\mathbf{U}\mathbf{\Lambda}$  和  $\mathbf{V}$  是独立的, 而且  $\mathbf{V}$  服从 Haar 分布。

3) 仅接收端已知信道矩阵  $\mathbf{A}$ , 而发送端未知。

## 2 低复杂度、容量最优接收机和多用户码设计

由于接收机是逐符号检测的, 为简化表示, 在本文余下部分忽略上标  $t$ 。在理想 ADC 器件条件下 (即不考虑非线性预处理的影响), 公式 (1) 退化为标准线性模型:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}. \quad (2)$$

针对该模型, 本文采用能够有效克服噪声和用户间干扰的 AMP 类接收机恢复信号。然而, 现有的接收机设计常常忽略信道编码约束的影响。通常, 接收机的设计目标是达到 MMSE 性能最优, 但无法保证无差错信号恢复。因此, 本文将在实际通信约束下研究低复杂度、容量最优接收机和多用户码设计准则。

### 2.1 AMP 类接收机

如图 1 所示, 迭代接收机是由多用户检测器和一组译码器组成, 其一般形式表示为:

$$\text{检测器: } \mathbf{r}_t = \gamma_t(\mathbf{x}_t), \quad (3)$$

$$\text{译码器: } \mathbf{x}_{t+1} = \phi_t(\mathbf{r}_t). \quad (4)$$

AMP 类接收机为迭代接收机特例, 具体如下:

1) AMP<sup>[9]</sup>接收机是由匹配滤波器 (MF) 和后验概率译码器组成, 即:

$$\mathbf{r}_t = \gamma_t(\mathbf{x}_t) = \mathbf{x}_t + \mathbf{A}^H(\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}_t) + \mathbf{r}_t^{\text{Omsgager}}, \quad (5)$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = \phi_t(\mathbf{r}_t) = \mathbf{E}\{\mathbf{x}|\mathbf{r}_t\}, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{r}_t^{\text{Omsgager}} = \delta \langle \phi_t'(\mathbf{r}_{t-1}) \rangle (\mathbf{r}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1})$ ,  $\phi_t'(\cdot)$  表示  $\phi_t(\cdot)$  的导函数,  $\langle \cdot \rangle$  表示取平均。

2) 正交 AMP<sup>[10][11]</sup>接收机由正交线性最小均方误差 (LMMSE) 检测器和正交后验概率译码器组成, 即:

$$\mathbf{r}_t = \gamma_t(\mathbf{x}_t) = \mathbf{x}_t + \frac{1}{\varepsilon_t^\gamma} \mathbf{A}^H(\rho_t \mathbf{I} + \mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}_t), \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = \phi_t(\mathbf{r}_t) = \frac{1}{\varepsilon_{t+1}^{\phi}} [\hat{\phi}_t(\mathbf{r}_t) + (1 - \varepsilon_{t+1}^{\phi})\mathbf{r}_t], \quad (8)$$

其中  $\rho_t = \sigma^2/v_t^x$ ,  $\sigma^2$  表示噪声方差,  $v_t^x$  表示检测器  $\gamma_t(\mathbf{x}_t)$  的输出方差,  $\hat{\phi}_t(\mathbf{r}_t) = \mathbf{E}\{\mathbf{x}|\mathbf{r}_t\}$ 。  $\varepsilon_t^\gamma$  和  $\varepsilon_{t+1}^{\phi}$  为正交系数, 以保证输出与输入误差的正交性, 具体表达式为  $\varepsilon_t^\gamma = (1/M)\text{tr}\{\mathbf{A}^H(\rho_t \mathbf{I} + \mathbf{A}\mathbf{A}^H)^{-1}\mathbf{A}\}$ ,  $\varepsilon_{t+1}^{\phi} = 1 - (1/(Nv_t^x))\|\mathbf{E}\{\mathbf{x}|\mathbf{x} + \sqrt{v_t^x}\boldsymbol{\eta}\} - \mathbf{x}\|^2$ ,  $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 。

3) 记忆 AMP<sup>[12]</sup>接收机是由正交记忆 MF、正交后验概率译码器以及 damping 组成, 即:

$$\mathbf{r}_t = \gamma_t(\mathbf{x}_t) = \frac{1}{\varepsilon_t} \left( \mathbf{A}^H \hat{\mathbf{r}}_t + \sum_{i=1}^L p_{t,i} \mathbf{x}_i \right), \quad (9)$$

$$\mathbf{x}_{t+1} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t, \phi_t(\mathbf{r}_t)] \boldsymbol{\zeta}_{t+1}, \quad (10)$$

其中  $\phi_t(\mathbf{r}_t)$  与正交 AMP 接收机的正交后验概率译码函数一致,  $\hat{\mathbf{r}}_t = \theta_t \mathbf{B} \hat{\mathbf{r}}_{t-1} + \xi_t (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}_t)$ ,  $\mathbf{B} = \lambda^\dagger \mathbf{I} - \mathbf{A}\mathbf{A}^H$ ,  $\lambda^\dagger = (\lambda_{\min} + \lambda_{\max})/2$  表示  $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$  的最小特征值  $\lambda_{\min}$  和最大特征值  $\lambda_{\max}$  的平均值,  $\varepsilon_t$  和  $p_{t,i}$  为正交系数, 以保证输出与所有输入误差的正交性。  $\boldsymbol{\zeta}_t = [\zeta_{t,1}, \zeta_{t,2}, \dots, \zeta_{t,L}]^T$  表示 damping 向量,  $l_t = \min\{L, t\}$  为 damping 长度,  $L$  为最大 damping 长度。

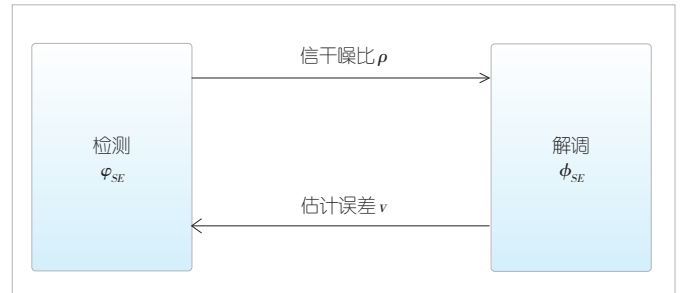
### 2.2 容量-面积定理

针对任意离散输入信号  $\mathbf{x}$  和右酉不变信道矩阵  $\mathbf{A}$ , 离散 MU-MIMO 的约束容量为:

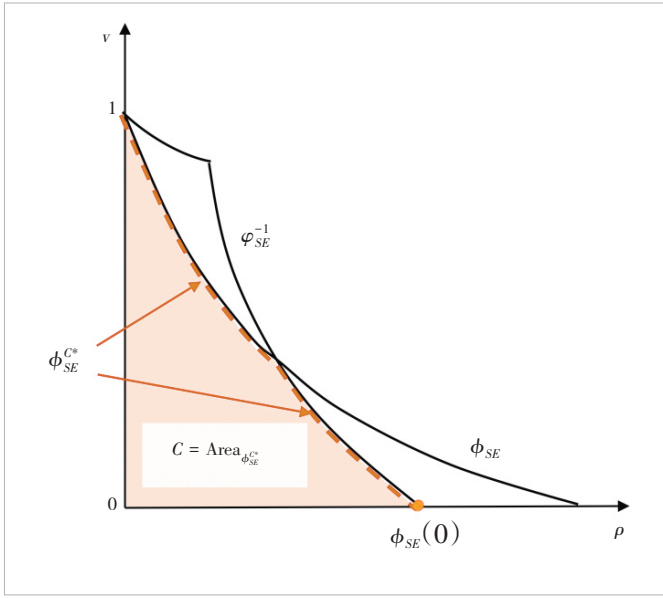
$$C = I(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n}; \mathbf{x}). \quad (11)$$

然而, 对于大规模系统, 直接计算公式 (11) 中的互信息来表征约束容量会非常困难。如图 2 所示, 借助 AMP 类算法的 MMSE 最优性、互信息与最小均方误差 (I-MMSE) 定理<sup>[7]</sup>和状态演化 (SE), 简化大规模离散 MU-MIMO 的约束容量的计算, 并证明 AMP 类接收机的容量最优性。

定理 1 (容量-面积定理): 如图 3 所示, 假设不动点唯一, 针对大规模离散 MU-MIMO 场景, 给定信噪比下, 根据



▲图 2 近似消息传递 (AMP) 类算法的状态演进



▲图3 大规模离散多用户多输入多输出容量-面积定理

I-MMSE 定理<sup>[8]</sup>, 由 AMP 类接收机中检测器和解调器的 SE 可计算大规模离散 MU-MIMO 的约束容量为:

$$C = \int_0^{\varphi_{SE}^{-1}(0)} \phi_{SE}^c(\rho) d\rho, \quad (12)$$

其中  $\phi_{SE}^c(\rho) = \min\{\phi_{SE}(\rho), \varphi_{SE}^{-1}(\rho)\}$ ,  $\phi_{SE}(\cdot)$  表示解调器的 SE 函数,  $\varphi_{SE}(\cdot)$  表示检测器的 SE 函数,  $\varphi_{SE}^{-1}(\cdot)$  表示  $\varphi_{SE}(\cdot)$  的反函数.  $\phi_{SE}(\cdot)$  与  $\varphi_{SE}(\cdot)$  具体定义如下:

$$\phi_{SE}(\rho) = \frac{1}{N} E\{\|\phi(\mathbf{x} + \sqrt{\rho^{-1}} \mathbf{n}) - \mathbf{x}\|^2\}, \quad (13)$$

$$\varphi_{SE}(\rho) = \frac{1}{N} E\{\|\varphi(\mathbf{x} + \sqrt{\rho^{-1}} \xi) - \mathbf{x}\|^2\}, \quad (14)$$

其中  $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$ ,  $\xi \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I})$ ,  $\phi(\mathbf{r}) = E\{\mathbf{x}|\mathbf{r}\}$  表示解调器的估计函数,  $\varphi(\cdot)$  表示检测器函数  $\gamma(\cdot)$  与可能存在的正交, damping 等部分组成的检测函数, 具体表达式由接收机结构确定.

由于信道编码获得了编码增益, 译码器能够输出比解调器更低的均方误差 (MSE), 即  $\phi_{SE}^c(\rho) < \phi_{SE}(\rho)$ . 同时, 根据无差错译码准则, 需要保证译码器的 SE 与检测器的 SE 之间有足够的译码通道, 即  $\phi_{SE}^c(\rho) < \varphi_{SE}^{-1}(\rho)$ . 当译码器的 SE 函数  $\phi_{SE}^c(\rho)$  固定时, 根据 I-MMSE 定理, AMP 类接收机的可达速率为:

$$R_{AMP \text{类接收机}} = \int_0^{\varphi_{SE}^{-1}(0)} \phi_{SE}^c(\rho) d\rho, \quad \text{其中 } \phi_{SE}^c(\rho) <$$

$\min\{\phi_{SE}(\rho), \varphi_{SE}^{-1}(\rho)\}$ ,  $0 \leq \rho \leq \varphi_{SE}^{-1}(0)$ . 基于以上条件, 可得 AMP 类接收机的约束容量最优性定理.

定理 2 (AMP 类接收机的约束容量最优性): 在 AMP 类接收机中, 假设不动点唯一, 根据译码器的输出 MSE 低于解调器、无差错译码的条件以及 I-MMSE 定理, 可得检测器和解调器的 SE 围成的面积为接收机的信息理论极限 (最大可达速率), 即:

$$R_{AMP \text{类接收机}}^{\max} \rightarrow \int_0^{\varphi_{SE}^{-1}(0)} \phi_{SE}^c(\rho) d\rho, \quad (15)$$

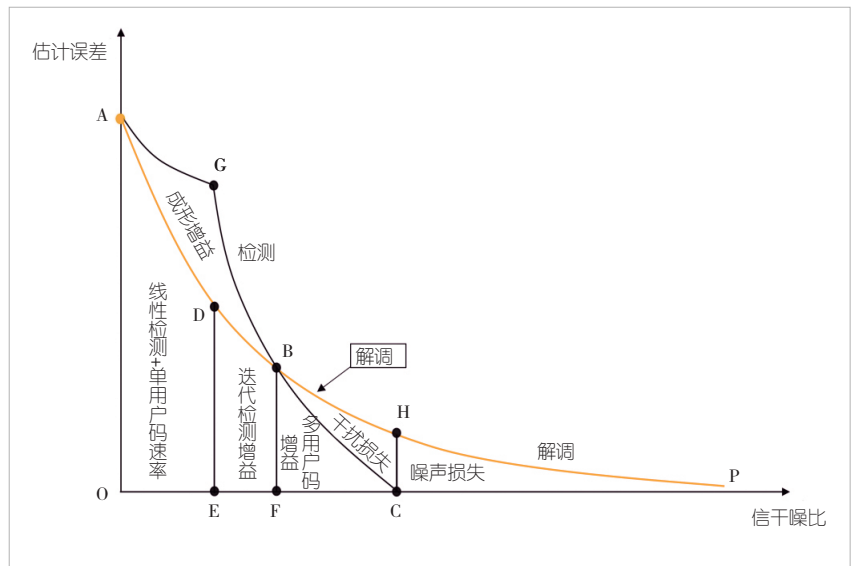
其中  $\phi_{SE}^c(\rho) = \min\{\phi_{SE}(\rho), \varphi_{SE}^{-1}(\rho)\}$ . 由定理 1 可知, AMP 类接收机可以达到大规模离散 MU-MIMO 的约束容量, 即证实 AMP 类接收机的约束容量最优性.

如图 4 所示, 给定接收机的结构, 根据不同约束条件下, 基于 I-MMSE 定理, 利用检测器、解调器和译码器的 SE, 可得如下面积定理. 具体的推导过程与定理二类似, 这里不再详细展开.

1) AHPO 面积代表星座熵, 表示无用户间干扰、无噪情况下接收机的最大可达速率.

2) AGB 面积代表高斯信号的成形增益. 曲线 AG 表示未编码高斯信号的解调曲线, 是未编码离散信号解调曲线的上界. AGCO 面积表示高斯信号下的约束容量, ABCO 面积表示离散信号下的约束容量, 因此相差的 AGB 面积代表高斯信号的成形增益.

3) BHC 面积代表用户间干扰造成的容量损失. AHCO 面积表示点对点 AWGN 信道下的约束容量, ABCO 面积表示存在用户间干扰情况下的约束容量, 因此相差的 BHC 面积



▲图4 多用户多输入多输出面积定理示意图

代表干扰造成的容量损失。

4) HPC 面积代表信道噪声造成的容量损失。随着信噪比趋于无穷大, C 点会向右移动到无穷大(例如 P 点), AHPO 面积代表无噪情况下的约束容量, AHCO 面积代表确定信噪比下的约束容量, 因此相差的 HPC 面积代表噪声造成的容量损失。

5) ADEO 面积代表线性检测器和单用户译码器串行级联接收机的可达速率。如图 5 (a) 所示, 该接收机的检测器、解调器与译码器之间没有迭代。线性检测后到达 G 点, 解调后至 D 点, 译码后到达 E 点。

6) ABFO 面积代表 AMP 类迭代接收机和单用户译码器串行级联接收机的可达速率。如图 5 (b) 所示, 该接收机的检测器与解调器进行充分迭代后到达 B 点, 并将估计信号输入至译码器, 译码后到达 F 点, 导致整个算法并不是容量最优的。

7) ABCO 面积代表多用户码的约束容量 C 和 AMP 类接收机的最大可达速率 R。如图 5 (c) 所示, 该接收机联合解调与译码, 形成多用户译码与检测器进行充分迭代后到达 C 点, 此时整个算法为约束容量最优。

8) DBFE 面积为 ABFO 面积与 ADEO 面积差, 代表对比线性检测接收机, 迭代接收机的可达速率增益。

9) BCF 面积为 ABCO 面积与 ABFO 面积差, 代表对比单用户码, 多用户码的可达速率增益。

### 2.3 最优码设计准则

为确保 AMP 类接收机达到最大传输速率, 需要根据 AMP 类接收机的迭代消息更新规则, 结合相应的 SE 分析, 来确定相应的最优多用户编码。

定理 3 (最优多用户码设计准则): 如图 3 所示, 以最大化 AMP 类接收机的传输速率为目标, 最优多用户译码器的 SE 为:

$$\phi_{SE}^c(\rho) \rightarrow \min \{ \phi_{SE}(\rho), \varphi_{SE}^{-1}(\rho) \} \quad (16)$$

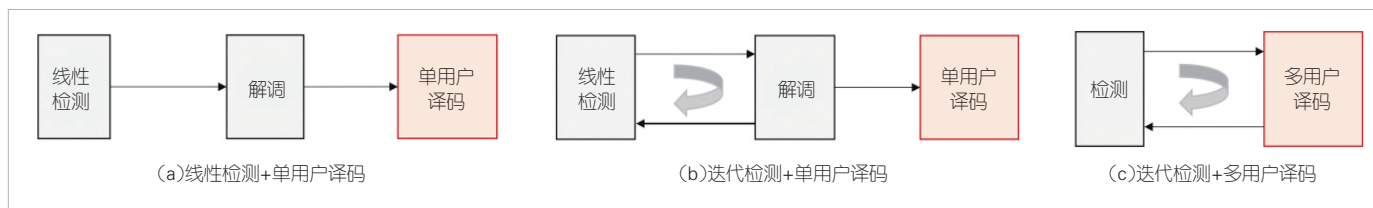
表 1 总结了常见迭代接收机, 其中 T 为接收机最大迭代次数。

### 2.4 数值实验

本节的仿真为基带的链路仿真, 用户数  $M = 500$ , 服从均匀分布, 发送功率为 1。发送端采用 MU-LDPC, 接收端采用正交 AMP/记忆 AMP/Turbo-LMMSE 接收机进行信号检测, 信道为一般右酉不变信道, 具体模型为: 信道矩阵 A 的奇异值分解为  $A = U\Lambda V^H$ , 将  $\Lambda$  中的特征值  $\{d_i\}$  设置为:  $d_i/d_{i+1} = \kappa^{1/T}, i = 1, 2, \dots, T, \sum_{i=1}^T d_i^2 = N$ , 其中  $T = \min \{M, N\}$ ,  $\kappa > 1$  表示 A 的条件数, U 和 V 由独立同分布高斯矩阵的 QR 分解生成。信道矩阵 A 仅接收端已知, 发送端未知。值得说明的是, 一般右酉不变信道适用性更广泛, 涵盖了常见的瑞利、相关、病态以及部分大尺度模型的信道矩阵。在一般右酉不变信道下工作的 AMP 类接收机, 在一些特定的信道中往往也能够工作。

图 6 给出了以高斯信号为例, 比较 AMP 接收机采用多用户码和单用户码方案的可达速率。可以看出, 随着信噪比的提升, 采用单用户码的 AMP 接收机可达速率趋于常值, 而采用多用户码的 AMP 接收机可达速率不断增加。在信噪比为 20 dB 时, 采用多用户码的方案比单用户码的方案获得了大约 2 倍的可达速率增益。

图 7 给出了四相相移键控 (QPSK) 调制, 当信道矩阵 A 的条件数  $\kappa = 50$ 、接收天线数  $M = 333$  时, 针对记忆 AMP、

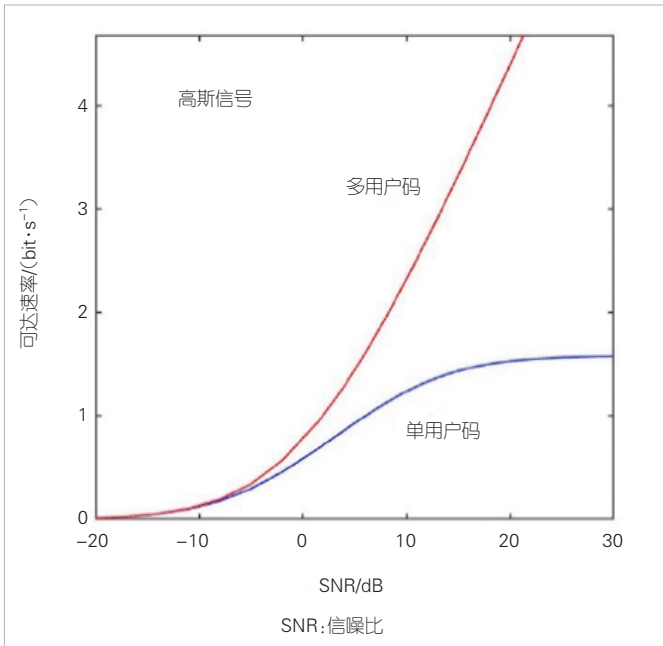


▲图 5 不同检测方案示意图

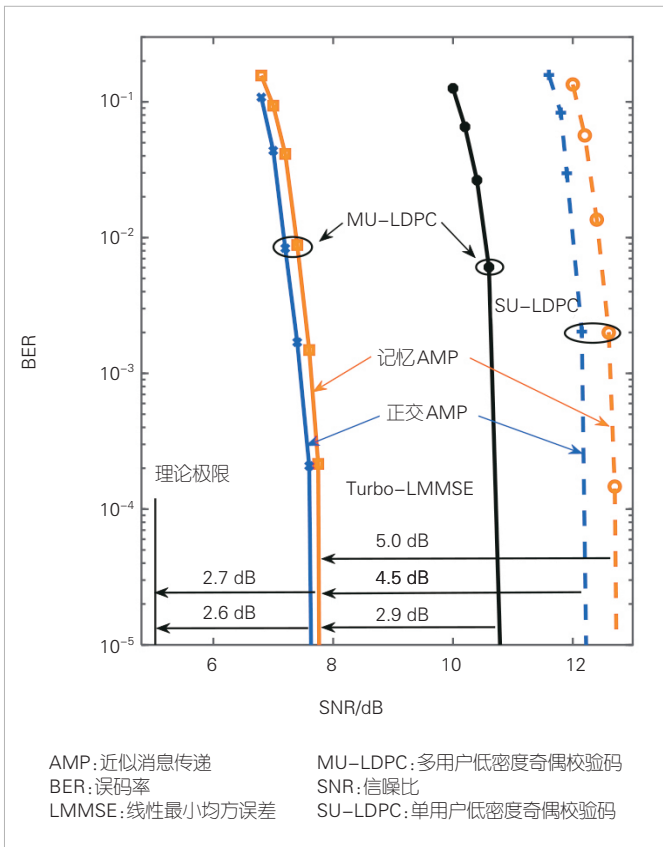
▼表 1 MU-MIMO 系统下 AMP/Turbo 类接收机对比

方案/算法	信号	信道矩阵	容量类型	最优性	计算复杂度
AMP <sup>[9]</sup>	任意	独立同分布	约束容量	容量最优	低复杂度 $O(MNT)$
记忆 AMP <sup>[12]</sup>					
正交 AMP <sup>[10-11]</sup>	高斯	右酉不变	高斯容量		高复杂度 $O(M^2NT + MNT)$
Turbo-LMMSE <sup>[13]</sup>					

AMP: 近似消息传递 LMMSE: 线性最小均方误差 MU-MIMO: 多用户多输入多输出



▲图6 不同方案的可达速率比较



▲图7 正交AMP/记忆AMP/Turbo-LMMSE接收机BER比较

正交AMP和Turbo-LMMSE接收机，所设计的码率为0.5的MU-LDPC和码率为0.5的SU-LDPC的BER性能对比：

1) 针对MU-LDPC：记忆AMP与正交AMP的BER性能

相近，二者仅差0.1 dB，但记忆AMP的复杂度约为正交AMP的1/M；

2) 针对记忆AMP和正交AMP：MU-LDPC比SU-LDPC获得了4.5~5 dB增益，证实了贝叶斯最优检测接收机与现有最优单用户码相结合并非是最优方案；

3) 接收机性能比较：记忆AMP和正交AMP的MU-LDPC均比Turbo-LMMSE的MU-LDPC获得了约2.9 dB增益。

### 3 低分辨率ADC下低复杂度、信息理论最优接收机和多用户码设计

考虑实际ADC器件约束下的低复杂度、信息理论最优接收机和多用户码设计，本文采用广义AMP类接收机进行信号恢复。为简化讨论，公式(1)等价转换为如下广义线性模型(GLM)：

$$\begin{cases} \mathbf{y} = Q(\mathbf{z}, \mathbf{n}), \\ \mathbf{z} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \\ \mathbf{x} \in \mathcal{C}, x_i \sim P_X(x_i), \forall i. \end{cases} \quad (17)$$

基于上述模型，可采用能够有效克服噪声和用户间干扰的广义AMP类接收机进行信号恢复。

#### 3.1 广义AMP类接收机

如图8所示，广义AMP类接收机包含线性检测和非线性检测（包括MMSE解量化以及MMSE解调和后验概率译码），可表示为：

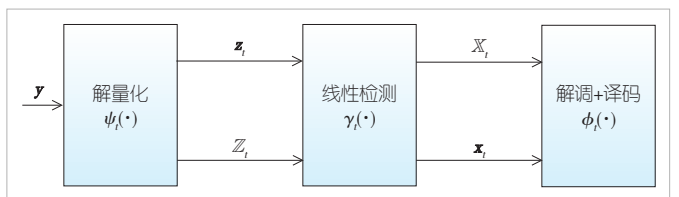
$$\text{线性检测: } \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i(\mathbb{X}_i) \\ \psi_i(\mathbb{Z}_i) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\text{非线性检测: } \begin{bmatrix} \mathbb{X}_i \\ \mathbb{Z}_i \end{bmatrix} = \gamma_i(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i). \quad (19)$$

根据信号检测和消息传递更新方式的不同，分为不同类型的接收机，具体如下：

1) 广义AMP<sup>[14]</sup>是由解量化器、MF线性检测器和后验概率译码器组成，即：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{z}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_i(\mathbb{X}_i) \\ \psi_i(\mathbb{Z}_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E\{\mathbf{x}_i|\mathbb{X}_i\} \\ \mathbf{z}_i\{\mathbf{z}_i|\mathbb{Z}_i\} \end{bmatrix}, \quad (20)$$



▲图8 广义AMP类接收机

$$\begin{bmatrix} \mathbb{X}_t \\ \mathbb{Z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_t + \frac{\nu_t^x}{\nu_t^z} \mathbf{A}^H (\mathbf{z}_t + \mathbb{Z}_t) \\ \mathbf{A} \mathbf{x}_t - \frac{\nu_t^z}{\nu_t^x} (\mathbf{z}_t + \mathbb{Z}_t) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中  $\nu_t^x$  和  $\nu_t^z$  分别表示线性检测端  $\phi_t(\mathbb{X}_t)$  和  $\psi_t(\mathbb{Z}_t)$  的输出方差。

2) 广义正交 AMP<sup>[15]</sup>是由正交 LMMSE 检测器、正交解量化器和正交后验概率译码器组成, 即:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_t(\mathbb{X}_t) \\ \psi_t(\mathbb{Z}_t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\varepsilon_t^\phi} [\mathbf{E}\{\mathbf{x}|\mathbb{X}_t\} + (\varepsilon_t^\phi - 1)\mathbb{X}_t] \\ \frac{1}{\varepsilon_t^\psi} [\mathbf{E}\{\mathbf{z}|\mathbb{Z}_t\} + (\varepsilon_t^\psi - 1)\mathbb{Z}_t] \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbb{X}_t \\ \mathbb{Z}_t \end{bmatrix} = \gamma_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) = \begin{bmatrix} \gamma_t^x(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) \\ \gamma_t^z(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta \varepsilon_t^\gamma} \hat{\gamma}_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) + \mathbf{x}_t \\ \frac{1}{1 - \varepsilon_t^\gamma} [\mathbf{A}(\hat{\gamma}_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) + \mathbf{x}_t) - \varepsilon_t^\gamma \mathbf{z}_t] \end{bmatrix}, \quad (23)$$

其中  $\rho_t = \nu_t^z/\nu_t^x$ ,  $\nu_t^x$  和  $\nu_t^z$  分别为  $\phi_t(\mathbb{X}_t)$  和  $\psi_t(\mathbb{Z}_t)$  的输出方差,  $\hat{\gamma}_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t) \equiv \mathbf{A}^H(\rho_t \mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{A}^H)^{-1}(\mathbf{z}_t - \mathbf{A} \mathbf{x}_t)$ ,  $\{\varepsilon_t^\phi, \varepsilon_t^\psi, \varepsilon_t^\gamma\}$  表示正交系数, 以确保输出与输入误差的正交性, 具体表达式为  $\varepsilon_t^\phi = 1 - (1/(N \mathbb{V}_t^x)) \|\mathbf{E}\{\mathbf{x} \mathbf{x} + \sqrt{\mathbb{V}_t^x} \boldsymbol{\eta}\} - \mathbf{x}\|^2$ ,  $\varepsilon_t^\psi = 1 - (1/(M \mathbb{V}_t^z)) \|\mathbf{E}\{\mathbf{z}|\mathbb{Z}_t\} - \mathbf{z}\|^2$ ,  $\varepsilon_t^\gamma = (1/M) \text{tr}\{\mathbf{A}^H(\rho_t \mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{A}^H)^{-1} \mathbf{A}\}$ ,  $\mathbb{V}_t^x$  和  $\mathbb{V}_t^z$  为  $\gamma_t(\mathbf{x}_t, \mathbf{z}_t)$  的输出方差,  $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 。

3) 广义记忆 AMP<sup>[16]</sup>是由正交记忆 MF、正交解量化器和正交后验概率译码器以及 damping 组成, 即:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{z}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_{t,l} \phi_t(\mathbb{X}_t) + \sum_{i=1}^{l-1} \zeta_{t,i} \mathbf{x}_{t-l+i} \\ \alpha_{t,l} \psi_t(\mathbb{Z}_t) + \sum_{i=1}^{l-1} \alpha_{t,i} \mathbf{z}_{t-l+i} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbb{X}_{t+1} \\ \mathbb{Z}_{t+1} \end{bmatrix} = \gamma_t(\mathbf{X}_t, \mathbf{Z}_t) = \begin{bmatrix} \beta_t^x (\delta^{-1} \hat{\mathbb{X}}_t + \sum_{i=1}^l p_{t,i} \mathbf{x}_i) \\ \beta_t^z [\mathbf{A}(\hat{\mathbb{X}}_t + \frac{\xi_t}{\theta_t} \mathbf{x}_t) - \sum_{i=1}^l p_{t,i} \mathbf{z}_i] \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中,  $\phi_t(\mathbb{X}_t)$  和  $\psi_t(\mathbb{Z}_t)$  与广义正交 AMP 的正交后验概率译码和正交解量化函数一致。  $\hat{\mathbb{Z}}_t = \theta_t \mathbf{B} \hat{\mathbb{Z}}_{t-1} + \xi_t (\mathbf{z} - \mathbf{A} \mathbf{x}_t)$ ,  $\mathbf{B} = \lambda^\dagger \mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{A}^H$  和  $\lambda^\dagger = (\lambda_{\min} + \lambda_{\max})/2$  分别表示  $\mathbf{A} \mathbf{A}^H$  的最小特征值  $\lambda_{\min}$  和最大特征值  $\lambda_{\max}$  的平均值,  $\{\beta_t^x, \beta_t^z, p_{t,i}\}$  为正交系数, 以确保输出与所有输入误差的正交性。  $\zeta_t = [\zeta_{t,1}, \zeta_{t,2}, \dots, \zeta_{t,l}]^T$  和

$\alpha_t = [\alpha_{t,1}, \alpha_{t,2}, \dots, \alpha_{t,l}]^T$  分别表示解调器的 damping 向量和解量化器的 damping 向,  $l_t = \min\{L, t\}$  为 damping 长度,  $L$  为最大 damping 长度。

### 3.2 最大可达速率分析

注意到图 8 中广义 AMP 类接收机具有多层结构, 其中线性检测是双输入双输出, 因此无法直接采用定理 2 中的可达速率分析方法<sup>[8]</sup>。为解决这一问题, 本文提出一种内迭代广义 AMP 类接收机。如图 9 所示, 解量化和线性检测通过内迭代形成增强的多用户检测。具体而言, 对于给定的输入信号, 解量化和检测之间进行充分迭代, 然后将估计信号  $\mathbb{X}_t$  传递到解调和译码。值得说明的是, 尽管内迭代广义 AMP 类接收机与广义 AMP 接收机结构不同, 但它们的 SE 收敛点是相同的。因此可以借助内迭代广义 AMP 接收机的 SE 分析原始的广义 AMP 接收机的可达速率, 即借助 I-MMSE 定理(如图 3 所示)来分析其最大可达速率:

$$R_{\text{广义AMP类接收机}}^{\max} \rightarrow \int_0^{\varphi_{\text{SE}}(0)} \phi_{\text{SE}}^c(\rho) d\rho, \quad (26)$$

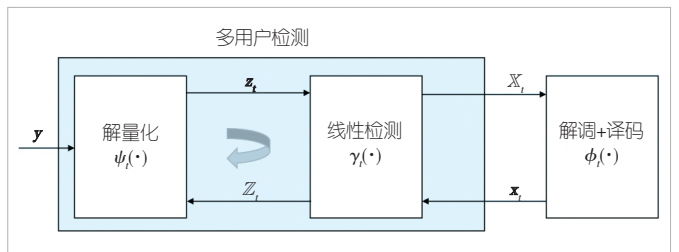
其中  $\phi_{\text{SE}}^c(\rho) = \min\{\phi_{\text{SE}}(\rho), \varphi_{\text{SE}}^{-1}(\rho)\}$ ,  $\phi_{\text{SE}}(\cdot)$  表示解调的 SE 函数,  $\varphi_{\text{SE}}(\cdot)$  表示增强多用户检测的 SE 函数,  $\varphi_{\text{SE}}^{-1}(\cdot)$  为  $\varphi_{\text{SE}}(\cdot)$  的反函数。

由于具有任意离散输入信号和酉不变信道矩阵的 GLM 的约束容量仍未得到严格证明, 因此无法证明广义 AMP 类接收机的容量最优性。然而, 基于广义 AMP 类接收机在未编码 GLM 中的贝叶斯最优性, 我们推测其在最优编码设计准则下是约束容量最优的。

表 2 总结了常见广义 AMP 类接收机, 其中  $T$  为接收机最大迭代次数。值得注意的是, 由于 Turbo-LMMSE 接收机采用外信息更新方式, 无法实现解量化的非线性操作, 因此无法应用到 GLM。

### 3.3 数值实验

本节的仿真为基带的链路仿真, 用户数  $M = 500$ , 服从



▲图 9 基于内迭代的广义 AMP 类接收机

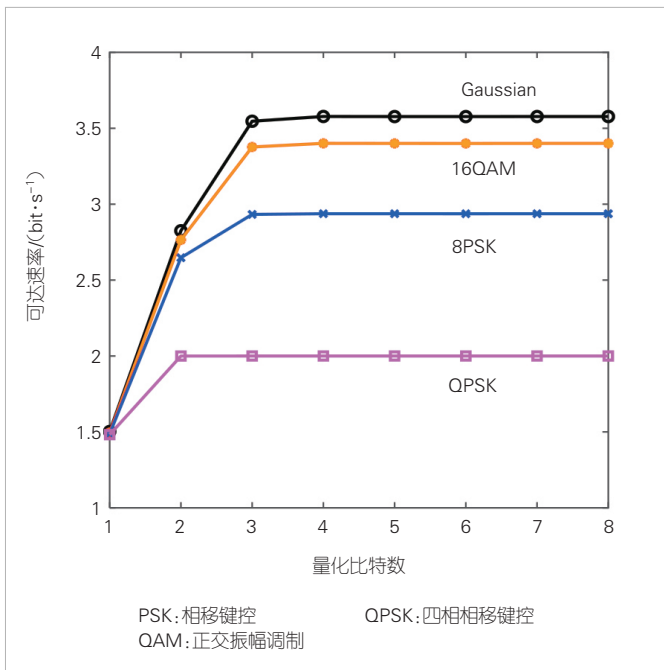
▼表2 MU-MIMO系统下广义AMP类接收机对比

方案/算法	信号	信道矩阵	信息理论极限	计算复杂度
广义AMP <sup>[14]</sup>	任意	独立同分布	最大可达速率	低复杂度 $O(MNT)$
广义记忆AMP <sup>[16]</sup>		酉不变		高复杂度 $O(M^2NT+MNT)$
广义正交AMP <sup>[15]</sup>				

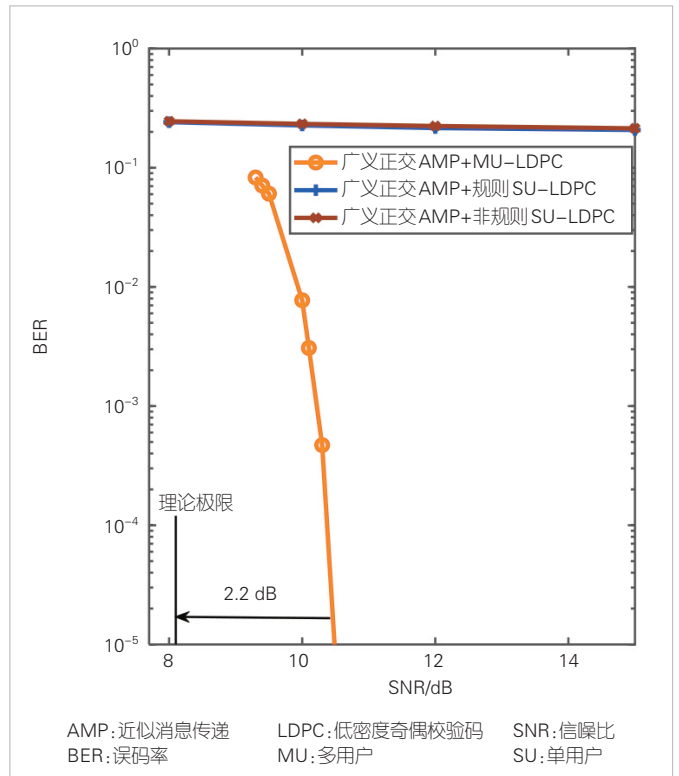
MU-MIMO:多用户多输入多输 AMP:近似消息传递

均匀分布,发送功率为1。发送端采用MU-LDPC,接收端采用广义正交AMP接收机进行信号检测,信道为一般右酉不变信道,具体模型为:信道矩阵A的奇异值分解  $A = U\Lambda V^H$ ,将A的特征值  $\{d_i\}$  设置为:  $d_i/d_{i+1} = \kappa^{1/T}, i = 1, 2, \dots, T, \sum_{i=1}^T d_i^2 = N$ ,其中  $T = \min\{M, N\}$ ,  $\kappa > 1$  表示A的条件数,U和V由独立同分布高斯矩阵的QR分解生成。信道矩阵A仅接收端已知,发送端未知。 $Q(\cdot)$ 为逐符号的量化函数,对输入符号的实部和虚部分别进行量化。

当信道矩阵A的条件数  $\kappa = 50$ 、接收天线数  $M = 500$ ,信噪比固定为20 dB时,图10比较了广义正交AMP在不同量化比特下最大可达速率。对于不同的输入信号,采用3 bit量化可以保证广义正交AMP接收机能够达到最大可达速率。图11进一步给出当采用1 bit量化和QPSK调制时,码率为0.4的MU-LDPC与码率为0.4的SU-LDPC(规则和非规则)的BER性能比较。可以看出,在1 bit量化场景下现有的规则和非规则的SU-LDPC已经无法准确恢复信息,而MU-LDPC仍能够准确恢复信息,且距离信息理论极限仅差2.2 dB。



▲图10 广义正交近似消息传递(AMP)不同量化比特的可达速率比较



▲图11 广义正交AMP接收机不同方案BER比较

#### 4 结束语

本文研究了实际通信系统约束下的大规模离散MU-MIMO系统,并提出了低复杂度、信息理论最优接收机和多用户码设计准则。本文不仅证实了AMP、正交AMP和记忆AMP接收机在理想ADC器件下的容量最优性,而且给出了最优多用户码设计准则。并进一步考虑了低分辨率ADC对接收机性能的影响,给出了广义AMP、广义正交AMP和广义记忆AMP接收机的最大可达速率分析和相应的最优码设计准则。此外,数值实验证实其BER性能显著优于SU-LDPC,特别是在恶劣信道和1 bit量化场景下,解决了单用户码无法准确恢复信息的问题。这为应对未来6G复杂场景通信提供了有效的解决方案,有助于提升无线通信系统的效率、可靠性和适应性。



## 参考文献

- [1] DAI L L, WANG B C, DING Z G, et al. A survey of non-orthogonal multiple access for 5G [C]//Proceedings of IEEE Communications Surveys & Tutorials. IEEE, 2018: 2294–2323. DOI: 10.1109/COMST.2018.2835558
- [2] PING L, LIU L H, WU K Y, et al. Interleave division multiple-access [J]. IEEE transactions on wireless communications, 2006, 5(4): 938–947. DOI: 10.1109/TWC.2006.1618943
- [3] CHI Y H, LIU L, SONG G H, et al. Practical MIMO-NOMA: low complexity and capacity-approaching solution [J]. IEEE transactions on wireless communications, 2018, 17(9): 6251–6264. DOI: 10.1109/TWC.2018.2858222
- [4] YU J L, YUAN Y P, ZHANG B L. 1-bit nonlinear mapping precoder for downlink massive MU-MIMO systems [C]//Proceedings of 30th Wireless and Optical Communications Conference (WOCC). IEEE, 2021: 162–165. DOI: 10.1109/WOCC53213.2021.9603167
- [5] CHERIF M, BOUALLEGUE R. The effect of high power amplifier nonlinearity on MU-Massive mimo system performance over Rayleigh fading channel [C]//Proceedings of 15th International Wireless Communications & Mobile Computing Conference (IWCMC). IEEE, 2019: 1426–1429. DOI: 10.1109/IWCMC.2019.8766449
- [6] KWAK H Y, NO J S, PARK H. Design of irregular SC-LDPC codes with non-uniform degree distributions by linear programming [J]. IEEE transactions on communications, 2019, 67(4): 2632–2646. DOI: 10.1109/TCOMM.2018.2889850
- [7] CHI Y H, LIU L, SONG G H, et al. Constrained capacity optimal generalized multi-user MIMO: a theoretical and practical framework [J]. IEEE transactions on communications, 2022, 70(12): 8086–8104. DOI: 10.1109/TCOMM.2022.3207813
- [8] GUO D N, SHAMAI S, VERDU S. Mutual information and minimum mean-square error in Gaussian channels [J]. IEEE transactions on information theory, 2005, 51(4): 1261–1282. DOI: 10.1109/TIT.2005.844072
- [9] LIU L, LIANG C L, MA J J, et al. Capacity optimality of AMP in coded systems [J]. IEEE transactions on information theory, 2021, 67(7): 4429–4445. DOI: 10.1109/TIT.2021.3083748
- [10] MA J J, PING L. Orthogonal amp [J]. IEEE access, 2017, 5: 2020–2033. DOI: 10.1109/access.2017.2653119
- [11] LIU L, LIANG S S, PING L. Capacity optimality of OAMP in coded large unitarily invariant systems [C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). IEEE, 2022: 1384–1389. DOI: 10.1109/ISIT50566.2022.9834360
- [12] LIU L, HUANG S Q, KURKOSKI B M. Memory AMP [J]. IEEE transactions on information theory, 2022, 68(12): 8015–8039. DOI: 10.1109/TIT.2022.3186166
- [13] LIU L, CHI Y H, YUEN C, et al. Capacity-achieving MIMO-NOMA: iterative LMMSE detection [J]. IEEE transactions on signal processing, 2019, 67(7): 1758–1773. DOI: 10.1109/TSP.2019.2896242
- [14] RANGAN S. Generalized approximate message passing for estimation with random linear mixing [C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. IEEE, 2011: 2168–2172. DOI: 10.1109/ISIT.2011.6033942
- [15] LIU L, CHI Y H, LI Y, et al. Achievable rates of generalized linear systems with orthogonal/vector AMP receiver [J]. IEEE transactions on signal processing, 2023, 71: 4116–4133. DOI: 10.1109/TSP.2023.3328064
- [16] TIAN F Y, LIU L, CHEN X M. Generalized memory approximate message passing for generalized linear model [J]. IEEE transactions on signal processing, 2022, 70: 6404–6418. DOI: 10.1109/TSP.2022.3213414

## 作者简介



**陈学辉**，西安电子科技大学信息与通信工程学院在读硕士研究生；主要研究方向为近似消息传递类算法、多载波调制技术等。



**池育浩**，西安电子科技大学华山准聘副教授、IEEE ICCT2023 移动与无线网络分会联合主席；研究方向为多用户编码与迭代接收机设计、多载波调制技术；主持多个国家自然科学基金青年项目、教育部“春晖计划”项目、陕西省自然科学基金基础研究计划青年项目；获得第30届中国电子学会信息论大会（CIEIT 2023）最佳海报奖；发表论文20余篇。



**刘雷**，浙江大学百人计划研究员、博士生导师，华为启真优秀青年学者，IEEE 和中国通信学会高级会员，信息论旗舰会议 IEEE ITW 2021 出版联合主席，2020 年度《IEEE Transactions on Communications》期刊模范审稿人，是国际上最早展开记忆消息传递研究的学者之一；长期从事消息传递理论与算法，及其在信号处理、无线通信、信息论及编码领域的应用研究；主持国家自然科学基金优秀青年项目（海外）和青年项目、中兴通讯产学研基金项目，担任国家自然科学基金重大项目子课题负责人、海创基金项目课题负责人；获中国电子学会第30届信息论学术年会青年新星奖和最佳海报奖；发表论文50余篇。