

“太极混一”——极化码 原理及 5G 应用

The Principle and Application of Polar Codes in 5G Systems

摘要: 极化码是第一种达到信道容量的构造性编码,已列入 5G 移动通信的控制信道编码标准,这是信道编码领域近年来的重大突破。旨在阐述极化码的基本原理与 5G 中的应用。基于信道极化观点,分析了极化码蝶形编码结构与基本的串行抵消译码算法,提出了级联极化编码结构,并归纳了高性能译码算法的特点。另外,还深入分析了 5G 移动通信中极化码设计的基本思想,概括了极化码实用编码的 3 种方式:凿孔、缩短与重复。最后,指出极化信息处理是未来通信系统优化的新型方法。

关键词: 极化码;信道极化;串行抵消译码;串行抵消列表译码;串行抵消堆栈译码;极化信息处理

Abstract: Polar code is the first error control code achieving the channel capacity and has been accepted as the coding scheme of the control channels of the 5G wireless communication systems, which is the great breakthrough of the channel coding field in recent years. In this paper, the primary principle of the polar code and the application in 5G systems are surveyed. First, based on the viewpoint of channel polarization, the butterfly structure of polar coding and successive cancellation decoding are analyzed. Then, the concatenated polar code is proposed and the characteristics of high-performance decoding algorithms are summarized. Furthermore, the design of polar codes in 5G systems is addressed and three practical coding schemes of polar codes are overviewed, which is puncturing, shortening and repetition. In the end, it is pointed out that polar coded information processing will become the new diagram of the communication system optimization in the future.

Key words: polar code; channel polarization; successive cancellation decoding; successive cancellation list decoding; successive cancellation stack decoding; polar coded information processing

1948 年,信息论创始人 C. E. Shannon 在经典文献[1]中,提出了著名的信道编码定理。70 年来,构造逼近信道容量的编码是信道编码理论的中心目标。近 20 年来,虽然以 Turbo 与低密

度校验码(LDPC)为代表的信道编码具有优越的纠错性能,但难以从理论上证明这些码渐近可达信道容量。2009 年,土耳其学者 E. Arkan 在文献[2]中提出了极化码的设计思想,首次以构



牛凯/NIU Kai

(北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室,北京 100876)
(The Key Laboratory of Universal Wireless Communications, Ministry of Education, Beijing University of Posts and Telecommunications (BUPT), Beijing 100876, China)

DOI: 10.12142/ZTETJ.201901004
网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/34.1228.TN.20190129.1151.006.html>

收稿日期:2018-12-20
网络出版日期:2019-01-29

造性方法证明信道容量渐近可达。由于在编码理论方面的杰出贡献,该论文获得了2010年电子和电气工程师协会(IEEE)信息论分会的最佳论文奖,引起了信息论与编码学术界的极大关注。

极化码发明近10年来,成为信道编码领域的热门研究方向,其理论基础已经初步建立,人们对极化码的渐近性能有了深入理解。特别是2016年底,极化码入选5G移动通信的控制信道编码候选方案,并最终写入5G标准^[3],极大推动了极化码的应用研究。

1 极化码原理

本节我们将详细介绍极化码的基本原理,包括信道极化原理、极化码构造算法以及极化码的基本译码算法与增强型译码算法。

1.1 信道极化与编码

极化码的构造依赖于信道极化现象,我们首先介绍信道极化的基本原理,然后概述极化码的编码过程。

(1)信道极化。

所谓信道极化,最早由 E. Arkan 引入^[2],是指将1组可靠性相同的二进制对称输入离散无记忆信道(B-DMC)采用递推编码的方法,变换为1组有相关性的、可靠性各不相同的极化子信道的过程,随着码长(即信道数目)的增加,这些子信道呈现两

极分化现象。图1给出了二元删余信道(BEC)的信道极化演进示例。

令 B-DMC 信道转移概率为 $W(y|x)$, 则信道互信息与可靠程度量(Bhattacharyya 参数,简称巴氏参数)定义如公式(1):

$$I(W) = \sum_{y \in Y} \sum_{x \in X} \frac{1}{2} W(y|x) \log_2 \frac{W(y|x)}{\frac{1}{2}W(y|0) + \frac{1}{2}W(y|1)}, \quad (1)$$

$$Z(W) = \sum_{y \in Y} \sqrt{W(y|0)W(y|1)}. \quad (2)$$

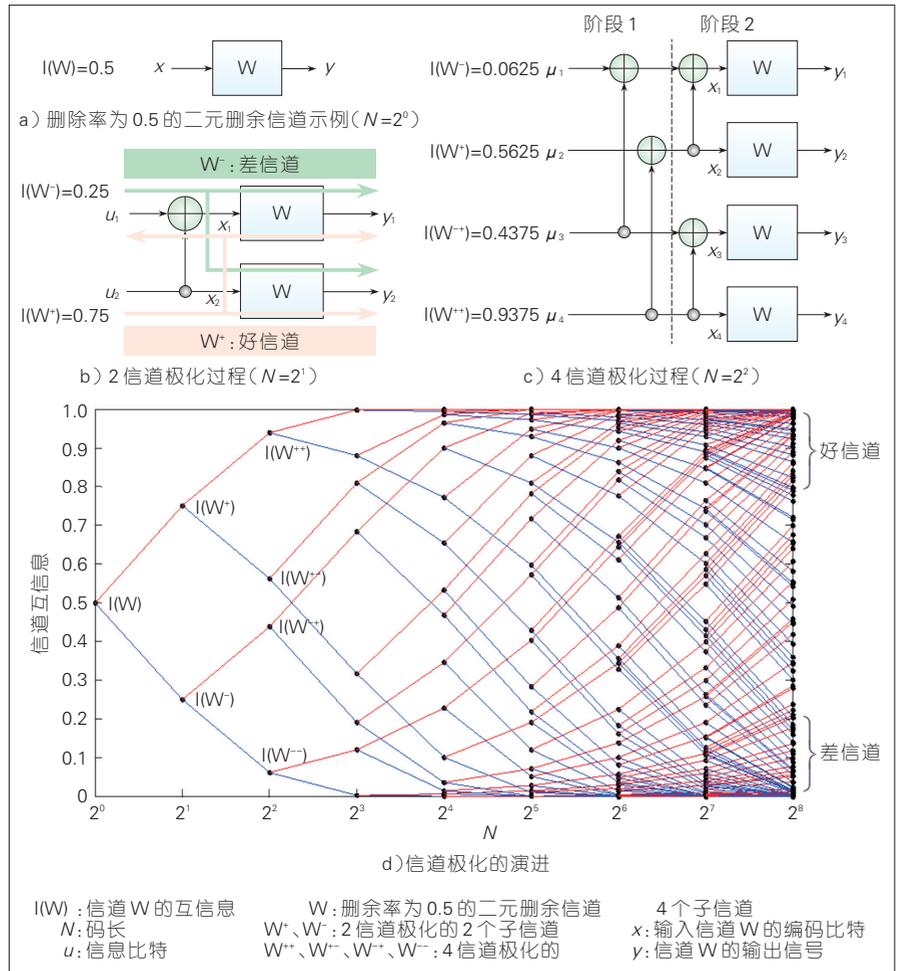
图1 a)给出了删余率为0.5的 BEC 信道的映射关系 $W: X \in \{0,1\} \rightarrow Y$, 其信道互信息

为 $I(W)=0.5$, 巴氏参数 $Z(W)=0.5$ 。

图1 b)是2信道极化过程, $u_1, u_2 \in \{0,1\}$ 是输入信道的两比特, $x_1, x_2 \in \{0,1\}$ 是经过模2加编码后的两比特,分别送入信道后得到 $y_1, y_2 \in Y$ 2个输出信号。对应的编码过程可以表示为:

$$(x_1, x_2) = (u_1, u_2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = (u_1, u_2)F. \quad (3)$$

通过矩阵 F 的极化操作,将一对独立信道 (W, W) 变换为2个相关子信道 (W^-, W^+) 。其中, $W^-: X \rightarrow Y^2$, $W^+: X \rightarrow Y^2 \times X$, 其信道输入输出关系分别如图1 b)



▲ 图1 信道极化示例

中绿线和粉线所示。这 2 个子信道的信道互信息与可靠度量满足公式(4)的关系:

$$\begin{cases} I(W^-) \leq I(W) \leq I(W^+) \\ Z(W^-) \geq Z(W) \geq Z(W^+) \end{cases} \quad (4)$$

由于 $I(W^-) = 0.25 < I(W) = 0.75$, 这 2 个子信道产生了分化, W^+ 是好信道, W^- 是差信道。

上述编码过程可以推广到 4 信道极化, 如图 1 c) 所示。此时, 每 2 个 W^- 信道极化为 W^{--} 与 W^{-+} 2 个信道, 每 2 个 W^+ 信道极化为 W^{+-} 与 W^{++} 2 个信道。这样原来可靠性相同的 4 个独立信道变换为可靠性差异更大的 4 个极化信道。

信道极化变换可以递推应用到 $N=2^n$ 个信道, 给定信源序列 U_1^N 与接收序列 Y_1^N , 序列互信息可以分解为多个子信道互信息之和, 即满足公式(5)中的关系:

$$\begin{aligned} I(U_1^N; Y_1^N) &= \sum_{i=1}^N I(U_i; Y_1^N | U_1^{i-1}) = \\ &= \sum_{i=1}^N I(U_i; Y_1^N U_1^{i-1}), \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $I(U_i; Y_1^N U_1^{i-1})$ 是第 i 个极化子信道的互信息, 相应的信道转移概率为 $W_N^{(i)}(Y_1^N U_1^{i-1} | U_i)$ 。这就是信道极化分解原理, 其本质是通过编码约束关系, 引入信道相关性, 从而导致各个子信道的可靠性或容量差异。图 1 d) 给出了码长 $N=2^0 \sim 2^8$ 时, 极化子信道互信息的演进趋势。其中, 每个节点的上分支表示极化变换后相对好的信道(红线标注),

下分支表示相对差的信道(蓝线标注)。显然, 随着码长增长, 好信道集聚到右上角(互信息趋于 1), 差信道集聚到右下角(互信息趋于 0)。

E. Arkan 证明了当信道数目充分大时, 极化信道的互信息完全两极分化为无噪声的好信道(互信息趋于 1)与完全噪声的差信道(互信息趋于 0), 并且好信道占总信道的比例趋于原始 B-DMC 信道 W 的容量 $I(W)$, 而差信道比例趋于 $1-I(W)$ ^[2]。

(2) 极化编码。

极化码有 2 种基本编码结构, 即非系统码与系统码。下面我们简述各自的结构特点。

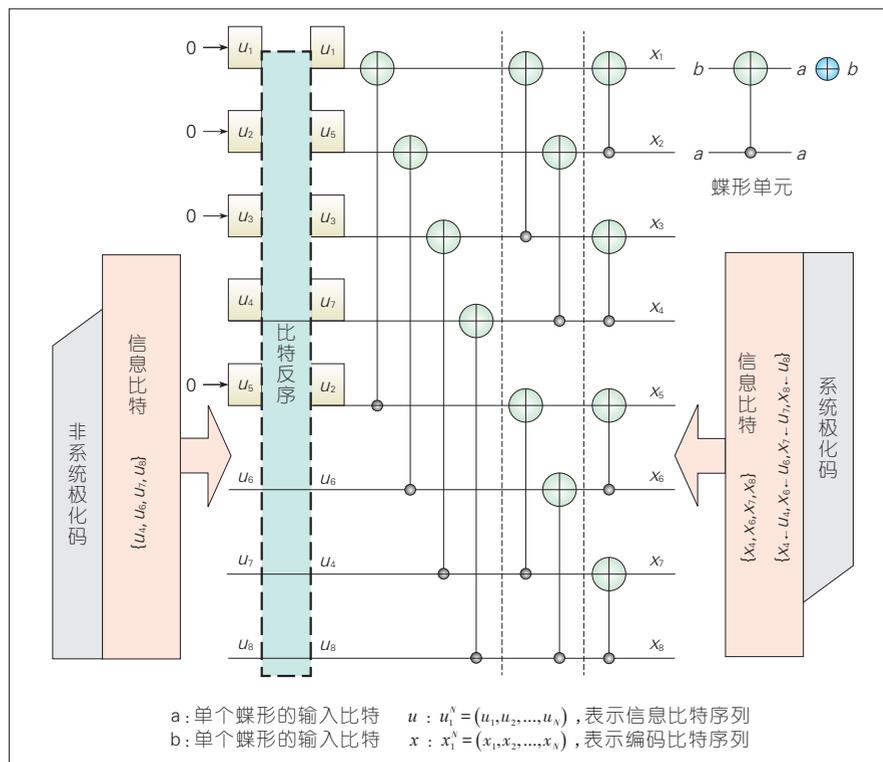
首先, 根据信道极化的递推过程, 可以得到非系统极化码的

编码结构。令 $u_1^N = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 表示信息比特序列, $x_1^N = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ 表示编码比特序列, E. Arkan 证明^[2]编码满足公式(6):

$$x_1^N = u_1^N G_N, \quad (6)$$

其中, 编码生成矩阵 $G_N = B_N F^{\otimes n}$, B_N 是排序矩阵, 完成比特反序操作, $F^{\otimes n}$ 表示矩阵 F 进行 n 次 Kronecker 积操作。

图 2 给出了码长 $N=8$, 码率 $R=0.5$ 的极化码编码器的示例。由图 2 可知, 对于非系统极化码, 根据巴氏参数选择可靠性高的 $\{u_4, u_6, u_7, u_8\}$ 作为信息比特, 信息位长度为 4, 而可靠性较差的 $\{u_1, u_2, u_3, u_5\}$ 作为固定比特, 取值为 0。经过 3 级蝶形运算, 可以得到编码比特序列



▲ 图 2 码长 $N=8$ 、码率 $R=1/2$ 的极化码编码器示例

x_1^8 。对于系统极化码,则需要将信息位承载在 $\{x_4, x_6, x_7, x_8\}$, 对应的编码器左侧输入(信源侧)比特则通过代数运算^[4]确定取值。由于采用蝶形结构编码,极化码的编码复杂度则可表示为 $O(N \log N)$ ^[2]。

(3) 实用化极化编码。

笔者在文献[5]中提出了循环冗余校验(CRC)-Polar 级联方案,如图3所示。由 k 个信息比特组成的序列首先送入CRC 编码器,级联 m 个CRC 校验比特后送入极化码编码器,产生 N 比特码字。这种级联编码方案,以CRC 编码作为外码,极化码作为内码,具有显著的性能增益,目前已经成为极化码的主流编码方案。

由于极化码原始码长限定为2的幂次,即 $N=2^n$,而实际通信系统往往要求任意码长编码。为了满足这一要求,需要设计极化码的速率适配方案,主要包括凿孔、缩短、重复3种操作。假定速率适配后的码长为

$M < N$,则编码器需要删减 $N-M$ 个编码比特。对于凿孔操作,这些删减的比特可以任意取值,而译码器并不确定它们的取值,因此相应的对数似然比(LLR)为0。而对于缩短操作,这些删减比特为固定取值(假设为0),译码器也知道其取值,因此相应的LLR取值为 ∞ 。对于重复操作,译码器需要将重复发送比特对应的LLR叠加。

笔者在文献[6]中提出了准均匀凿孔(QUP)适配方案,并进一步在文献[7]中提出了反向准均匀缩短(RQUS)适配方案。其中,QUP是凿孔方案,适用于低码率的情况;RQUS是缩短方案,适用于高码率的情况。可以证明,QUP与RQUS方案是理论最优的速率适配方案^[7],并且RQUS与文献[8]中提到的缩短方案等价。

1.2 极化码构造

极化码构造算法的目的是精确计算各个子信道的互信息

或可靠性,然后从大到小排序,选择其中好的子信道集合承载信息比特;因此,构造算法是极化码编码的关键。

E. Arkan 最早提出基于巴氏参数的构造算法^[2]。假定初始信道的巴氏参数为 $Z(W)$,则从 N 扩展到 $2N$ 个极化信道的迭代计算过程如公式(7):

$$\begin{cases} Z(W_{2N}^{(2i-1)}) = 2Z(W_N^{(i)}) - Z(W_N^{(i)})^2 \\ Z(W_{2N}^{(2i)}) = Z(W_N^{(i)})^2 \end{cases} \quad (7)$$

这种构造算法复杂度较低,但只适用于BEC信道,对于其他信道,例如二元对称信道(BSC)、加性白噪声信道(AWGN)等,该方法并非最优。

Mori 基于密度进化(DE)方法,得到了BSC、AWGN信道下最优的子信道选择准则^[9],但由于涉及到变量与校验节点比特LLR概率分布计算,计算复杂度很高,限制了其应用。更好的方法是I. Tal 与 A. Vardy 提出的迭代算法^[10],通过引入极化子信道的上下界近似,该方法能以中等复杂度保证较高的计算精度,但码长很长时,其计算复杂度也会变大。

P. Trifonov 所提出的高斯近似(GA)算法^[11]是目前较流行的构造方法。给定AWGN信道的接收信号模型为 $y_i = s_i + n_i, i = 1, 2, \dots, N$,噪声功率为 σ^2 ,则接收比特的LLR $L(y_i) \sim N\left(\frac{2}{\sigma^2}, \frac{4}{\sigma^2}\right)$ 服从高斯分布。信道极化的LLR均值迭代

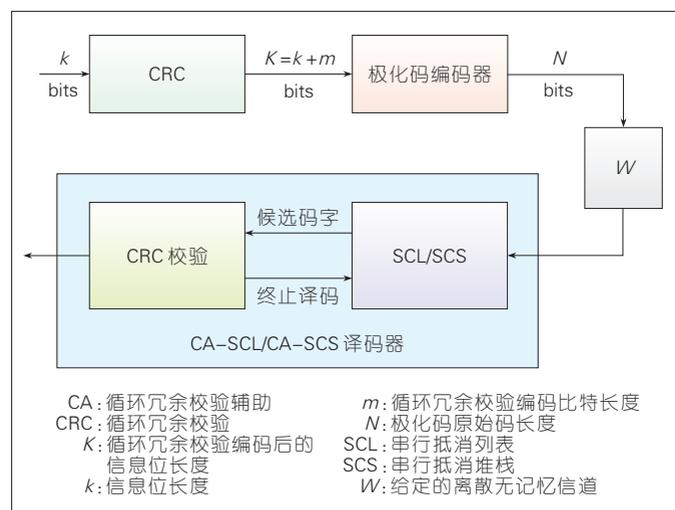


图3 CRC-Polar 级联译码系统结构

公式为:

$$\begin{cases} E(L_{2N}^{(2i-1)}) = \phi^{-1} \left\{ 1 - \left[1 - \phi \left(E(L_N^{(i)}) \right) \right]^2 \right\}, \\ E(L_{2N}^{(2i)}) = 2E(L_N^{(i)}) \end{cases} \quad (8)$$

其中, $E(\cdot)$ 表示数学期望, $E(L_1^{(1)}) = \frac{2}{\sigma^2}$ 。公式(8)中的积分函数 $\phi(z)$ 定义为:

$$\phi(z) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi z}} \int_{-\infty}^{\infty} \tanh\left(\frac{u}{2}\right) e^{-\frac{(u-z)^2}{4z}} du, & z > 0, \\ 1, & z = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\tanh(u/2) = \frac{e^{u/2} - e^{-u/2}}{e^{u/2} + e^{-u/2}}$ 表示双曲正切函数, z 表示 LLR 均值。函数 $\phi(z)$ 涉及到复杂的积分运算, 一般可以用分段函数近似表示:

$$\varphi_{\text{oi}}(z) = \begin{cases} e^{-0.4527z^{0.86} + 0.0218} & 0 < z < 10 \\ \sqrt{\frac{\pi}{x}} e^{-\frac{z}{x}} \left(1 - \frac{10}{7z}\right) & z \geq 10 \end{cases} \quad (10)$$

上述 GA 构造算法的计算复杂度为 $O(N \log N)$, 在中短码长下可以获得较高的计算精度。但这种近似在码长较长时, 存在计算误差, 我们在文献[12]提出了改进的 GA 算法, 满足长码条件下高精度构造的要求。

前述极化码的构造算法, 有一个共同的局限, 即编码构造依赖于信道条件。最近, 不依赖于信道条件的通用构造成为极化码的研究热点。其中, 文献[13]提出的部分序构造以及文献[14]提出的极化度量(PW)构造算法具有代表性。假设第 i 个子信道序号对应的二进制展开向量为: $i \rightarrow (b_n, b_{n-1}, \dots, b_1)$, 则极化度

量计算公式如公式(11):

$$PW_N^{(i)} = \sum_{j=1}^n b_j 2^{j/4} \quad (11)$$

极化度量越大, 说明子信道可靠性越高; 因此, 将极化度量从大到小排序, 选取大度量对应的子信道承载信息比特。基于极化度量构造的极化码, 性能与 GA 构造的极化码接近, 且度量计算不依赖于信道条件, 这种构造方法具有重要的实用价值。

1.3 极化码译码算法

(1) 串行抵消(SC)译码算法。

对于极化码, E. Arkan 的另一个重要贡献是提出了串行抵消 SC 译码算法^[2]。SC 译码的基本思想是在 Trellis 上进行软信息与硬判决信息的迭代计算。

给定码长 $N=2^n$ 与极化阶数 n , 则 Trellis 由 n 级蝶形节点构成。其变量节点的硬判决信息定义为 $s_{i,j}$, 其中 $1 \leq i \leq n+1$, $1 \leq j \leq N$ 分别表示节点在 Trellis 上的行列序号, 而软判决信息定位为相应的 LLR, 即 $L_{i,j} = L(s_{i,j})$ 。图 4 给出了 $N=4$ 的

极化码 Trellis 示例。如图 4 所示, Trellis 右侧对应来自于信道的

的 LLR 信息 $L_{n+1,j} = \log \frac{P(y_j|1)}{P(y_j|0)}$,

而左侧对应信息比特的 LLR 信息 $L_{1,j} = L(\hat{u}_j)$ 以及判决比特信息 $s_{i,j} = \hat{u}_j$ 。这样, 基于蝶形结构中的变量/校验节点约束关系, 软信息从右向左计算与传递, 而硬信息从左向右计算与传递。

软消息迭代计算公式为:

$$L_{i,j} = \begin{cases} 2 \tanh^{-1} \left[\tanh\left(\frac{L_{i+1,j}}{2}\right) \cdot \tanh\left(\frac{L_{i+1,j+2^{i-1}}}{2}\right) \right] \lfloor \frac{j-1}{2^{i-1}} \rfloor \bmod 2 = 0 \\ (1 - 2s_{i,j+2^{i-1}}) L_{i+1,j+2^{i-1}} + L_{i+1,j}, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

其中, $i=1, 2, \dots, n$, $j=1, 2, \dots, N$, $\tanh(\cdot)$ 是双曲正切函数, $\lfloor \cdot \rfloor$ 是下取整函数。

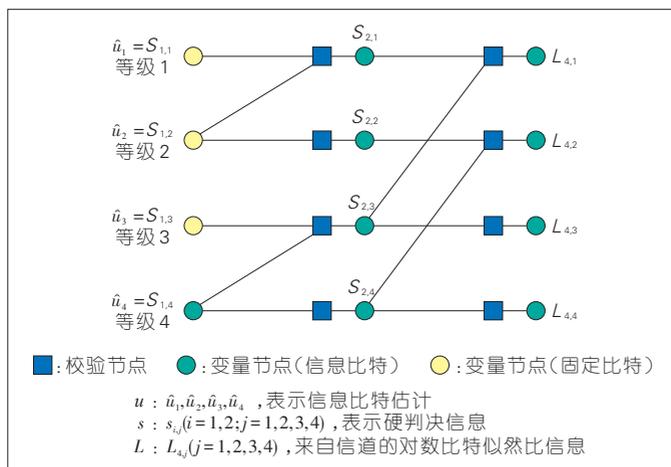
上述计算与 LDPC 码的 BP 迭代译码基本公式类似, 都是在校验与变量节点分别进行软信息计算与更新。

硬消息迭代计算公式为:

$$s_{i+1,j} = \begin{cases} s_{i,j} \oplus s_{i,j+2^{i-1}}, \lfloor \frac{j-1}{2^{i-1}} \rfloor \bmod 2 = 0 \\ s_{i,j}, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

其中, \oplus 是模二加操作。

图 4 码长 $N=4$ 的极化码 Trellis 示例



当软信息递推到 Trellis 的左侧时, 比特判决准则为:

$$\hat{u}_i = \begin{cases} 1, & L_{1,i} \geq 0 \\ 0, & L_{1,i} < 0 \text{ 或者 } u_i \text{ 是固定比特} \end{cases} \quad (14)$$

SC 算法也可以看作是在码树上进行逐级判决搜索路径的过程。也就是说, 从树根开始, 对发送比特进行逐级判决译码, 先判决的比特作为可靠信息辅助后续比特的判决, 最终得到一条译码路径。文献[2]证明极化码的 SC 译码算法复杂度非常低, 为 $O(N \log N)$ 。

(2) 增强型 SC 译码算法。

在有限码长下, 基于 SC 译码的极化码性能较差, 远不如 LDPC/Turbo 码。为了提高极化码有限码长的性能, 人们提出了多项高性能的 SC 改进算法。笔者^[15]与 I. Tal 及 A. Vardy 同时提出了列表 SC 算法^[16], 将广度优先搜索策略引入码树搜索机制, 每次译码判决保留一个很小的幸存路径列表, 最终从表中选择似然概率最大的路径作为判决路径。给定列表长度 L , SCL 算法的复杂度为 $O(LN \log N)$, 其性能可以逼近最大似然 (ML) 译码性能。

图 5 给出了 $L=2$ 的 SCL 译码算法示例。由图可知, SCL 算法保留了 2 条幸存路径, 译码器最终从 2 条候选路径中选择译码结果。

另外, 笔者在文献[17]中提出堆栈 SC 算法, 将深度优先搜索策略引入码树搜索中, 由于引

入堆栈存储机制, 可以有效减少译码路径的重复搜索, 极大降低了译码算法复杂度。高信噪比条件下, SCS 算法的复杂度趋近于 SC 算法, 远低于 SCL 算法, 且其性能也能够逼近 ML 译码性能。笔者还在文献[18]中作者提出了混合 SC 算法, 组合串行抵消列表 (SCL) 与串行抵消堆栈 (SCS) 算法优势, 达到时间与空间复杂度更好折中。

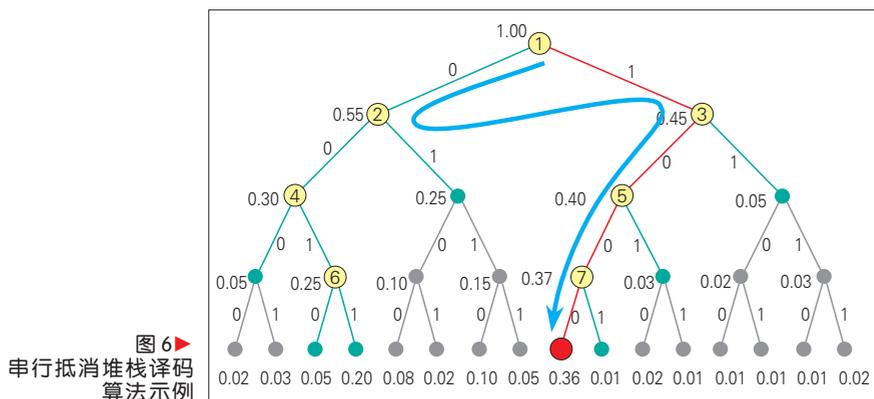
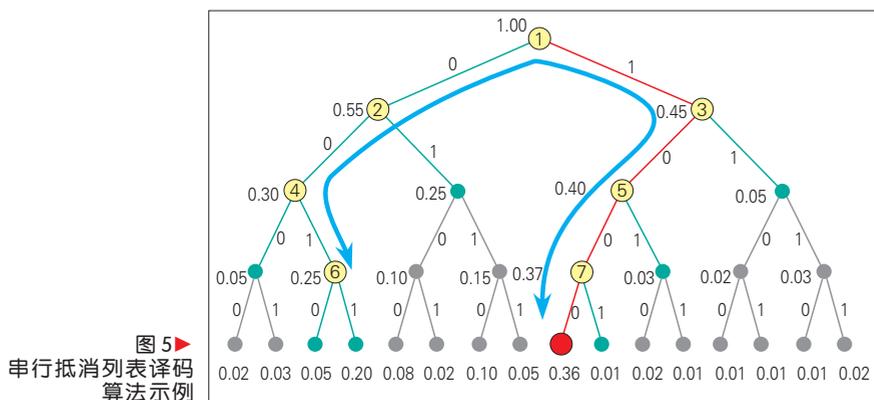
图 6 给出了 SCS 译码算法示例。由图可知, 译码器在码树上通过深度优先的方式, 搜索候选路径, 按照从大到小的顺序将候选路径压入堆栈, 每次从栈顶扩展幸存路径直至叶节点, 最终得到译码结果。

进一步地, 笔者在文献[5]中

作者提出 CRC 辅助的 SCL/SCS 译码算法 (CA-SCL/SCS)。如图 3 所示, SCL/SCS 算法输出的候选码字, 送入 CRC 校验模块, 只有通过 CRC 校验的码字才作为最终译码结果。由于有 CRC 校验提供的先验信息, 极大增强了译码性能。进一步地, 文献[19]中作者还提出了自适应 CA-SCL 算法, 可以在算法复杂度与性能之间达到较好折中。目前 SCL 算法已经成为极化码高性能译码的主流算法, 文献[20-21]中作者深入讨论了 SCL 译码器的硬件架构设计。

(3) 其他译码算法。

极化码也可以采用置信传播 (BP) 译码算法, 文献[22]中作者最早研究了 BP 算法调度机制



的优化。另外,对于短码极化码,笔者在文献[23]中提出了低复杂度的球译码算法,能够达到 ML 译码性能,也具有一定的实用价值。

2 5G 中的极化码

本节介绍 5G 标准中的极化码设计的基本流程,并且给出了 Polar、LDPC 与 Turbo 码的性能比较结果。

2.1 5G 新空口(NR)标准中的极化编码

5G NR 系统中,极化码作为控制信道的差错编码^[3]。具体而言,对于下行链路,物理下行控制信道(PDCCH)的下行控制信息(DCI)与物理下行广播信道(PBCH)都采用极化码编码;对于上行链路,物理上行控制信道(PUCCH)与物理上行共享信道(PUSCH)的上行控制信息(UCI)(12 bit 以上)都采用极化码编码。

具体的编码流程如图 7 所

示,包括 6 个步骤:首先进行 CRC 编码,然后经过信息比特交织,进行子信道映射后,送入极化码编码器,编码输出的码字先进行子块交织,再进行速率适配,最后进行信道交织,得到编码码字。

(1)CRC 编码器。

5G 标准所采用的用于 Polar 码的 CRC 有 3 种,其生成多项式如公式(15):

$$\begin{cases} g_6(x) = x^6 + x^5 + 1 \\ g_{11}(x) = x^{11} + x^{10} + x^9 + x^5 + 1 \\ g_{24}(x) = x^{24} + x^{23} + x^{21} + x^{20} + x^{17} + x^{15} + x^{13} + x^{12} + x^8 + x^4 + x^2 + x + 1 \end{cases} \quad (15)$$

其中,生成多项式 $g_{24}(x)$ 用于 PBCH 信道与 PDCCH 信道,而 $g_6(x)$ 与 $g_{11}(x)$ 用于 UCI 编码。当 $g_{24}(x)$ 应用于 DCI 编码时,产生的 CRC 比特中的最后 16 位,需要用 16 bit 的无线网络临时识别码(RNTI)进行扰码。

(2)交织器。

5G NR 的极化码编码主要有 3 种交织器:信息比特交织、子块交织与信道交织。下面简

述各自的基本功能。

- 信息比特交织主要对 CRC 编码的数据比特进行置乱。这种交织只对下行 PBCH 信道或 PDCCH 信道的 DCI 有效,而上行链路不采用。信息比特交织的设计思想,是将 CRC 比特分布到整个信息比特块中,每个校验比特与其约束信息比特相邻,从而方便 SCL 译码算法提前终止,降低广播信道或 DCI 盲检的算法复杂度。

- 子块交织是将 N 比特码块分割为 32 个子块,每块长度为 $B = N/32$ 比特,根据 5G NR 协议定义的映射表,得到置乱比特序列 $\{c_j\}$ 。

- 信道交织的目的是对抗 Doppler 效应引起的时变衰落,并且用于提高比特交织编码调制(BIPCM)^[24]的系统性能。这种交织主要应用于 PUCCH 与 PUSCH 的 UCI,而下行链路不采用。5G NR 中采用了三角形交织结构,既保证了数据读写的高并行度,又具有较好的灵活性。

(3)子信道映射。

5G NR 中的极化码采用了与信道条件无关的子信道映射方案,标准中给出了最大长度为个子信道的可靠性排序表。给定信息长度 K ,可以从排序表中选择可靠性排序高的 K 个子信道承载信息比特。为了实现方便,子信道映射满足通用性,即原始码长经过速率适配得到任意码长,剩余子信道的可靠性排序保持不变,即排序关系与码

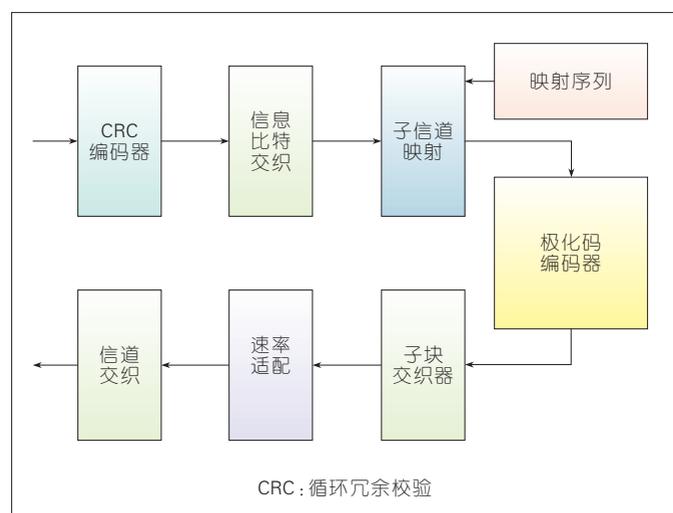


图 7 5G 新空口控制信道编码流程

长无关。

(4)极化码编码器。

5G NR 的极化码采用了简化编码方式^[3],即:

$$x_i^N = u_i^N F^{2^n} \quad (16)$$

其中,对于下行信道, $n \leq 9$; 对于上行信道, $n \leq 10$ 。对比公式(6)可知,其编码过程直接进行 Hadamard 变换,不必再进行比特反序操作。E. Arkan 在文献[2]中证明这 2 种编码形式是等价的。公式(16)的编码过程更简单,但在译码端需要调整接收信号的顺序。

(5)速率适配。

5G NR 中的速率适配有 3 种模式:凿孔、缩短与重复。下面简述 3 种模式的适用条件。

• 如果最终码长不大于编码码长即 $M \leq N$, 且编码码率 $R \leq 7/16$, 即低码率条件下,则采

用凿孔方式。删除子块交织后序列 $\{c_j\}$ 的开头 $U=N-M$ 个比特, 即只传送序号为 $e_i=c_{j+U}, i=0, \dots, M$ 的比特。由于 5G NR 编码不进行比特反序操作, 这种凿孔方式本质上就是 QUP 速率适配算法^[6]。

• 如果 $M \leq N$, 且编码码率 $R > 7/16$, 即高码率条件, 则采用缩短方式。子块交织后序列 $\{c_j\}$ 的末尾 $U=N-M$ 个比特不发送, 只传送序号为 $e_i=c_j, i=0, \dots, M$ 的比特。类似的, 这种凿孔方式等价于 RQUS 速率适配算法^[7-8]。

• 如果 $M > N$, 则采用重复方式, 即传送序号为 $e_i=c_{j \bmod N}, i=0, \dots, M$ 的比特。

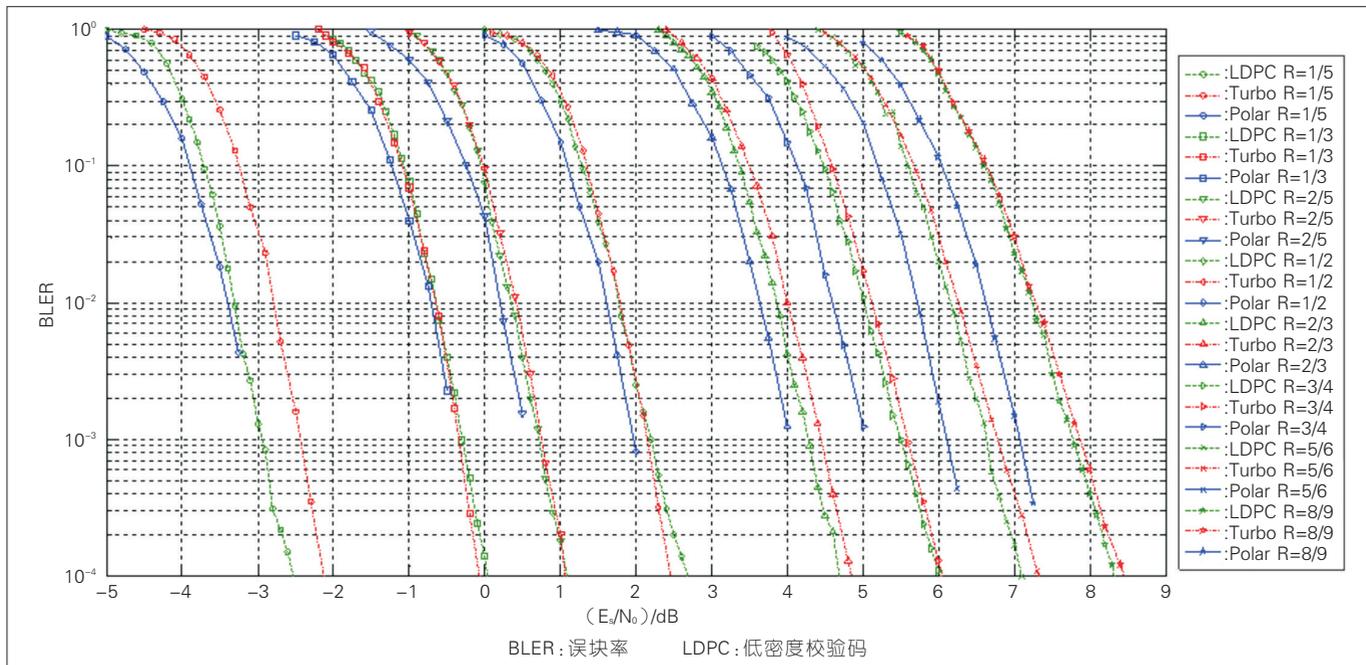
2.2 极化码性能比较

图 8 给出了 5G 移动通信系统的 3 种候选编码: Turbo、LDPC

与 Polar 码在 AWGN 信道下的误块率(BLER)性能比较。

其中, 3 种编码的信息位长度 $K=400$, 码率范围 $R=1/5 \sim 8/9$ 。Turbo 码采用 4G 长期演进(LTE)标准配置, 采用 Log-MAP 译码算法, 8 次迭代。LDPC 码采用 Qualcomm 公司的 5G 编码提案^[25], 采用 BP 译码算法, 50 次迭代。Polar 码采用 5G 标准配置^[3], 采用 CA-SCL 译码算法, 列表大小为 32。由图 8 可见, 低码率条件下 $R=1/5 \sim 1/2$, 极化码与 Turbo/LDPC 码具有类似或稍好的性能; 而在高码率条件下, $R=2/3 \sim 8/9$, 相对于后 2 种码, 极化码则具有显著的性能增益。

笔者在文献[26]指出, 在相同的码长码率参数配置下, 达到相同的误码率性能, 与 Turbo 码对数最大后验概率译码



▲ 图 8 3 种 5G 移动通信候选编码(Turbo、LDPC 与 Polar)的性能比较(信息位长度 $K=400$)

(Log_MAP)算法相比, Polar 码 SCL 译码算法复杂度降低 5~10 倍, 并且没有错误平台现象; 与 LDPC 码标准 BP 译码算法相比, Polar 码 SCL 译码算法复杂度降低 3~5 倍。由此可见, 对于中短码长, 极化码具有性能与复杂度的双重优势。

3 极化信息处理

3.1 极化码的理论本质

极化码的理论性主要关注信道极化行为的理解与分析, 包括 BLER 与子信道收敛速度。E. Arkan 基于 SC 算法给出了误码块率简洁的上界^[2], 并且利用鞅与半鞅理论, 严格证明了子信道的收敛行为, 奠定了信道极化码的基本理论。E. Arkan 在文献[27]首次证明采用 2×2 核矩阵 F , 极化码渐近 ($N \rightarrow \infty$) 差错性能 $P_B(N) < 2^{-N^\beta}$, 其中误差指数 $\beta < 1/2$, 也就是说, 极化码的差错概率随着码长的平方根指数下降。Korada 等人进一步证明, 如果推广到 $l \times l$ 核矩阵, 则渐近性能 $P_B(N) < 2^{-N^{E_c(G)}}$, 其中 $E_c(G)$ 是生成矩阵 G 对应的差错指数^[28], 极限为 1。

Shannon 在证明信道编码定理^[1]时, 采用了如下假设:

- (1) 码长充分长, 即 $N \rightarrow \infty$;
- (2) 采用随机编码方法;
- (3) 基于信源信道联合渐近等分割 (JAEP) 特性, 采用联合典型序列译码方法。

这 3 条假设对于设计逼近

信道容量的信道编码具有重要的启发性。长期以来, 人们主要关注第 2 个假设, 通过构造方法模拟随机编码, 例如 Turbo 码或 LDPC 码, 都具有一定的随机性, 能够在码长充分长时逼近信道容量。但第 3 个假设更重要, 应用 JAEP 特性, 采用联合典型序列译码是信道编码定理证明的关键步骤。

对于信道极化的理论理解, 笔者在文献[26]中指出, 极化变换实际上是 JAEP 特性的构造性示例。Turbo 码与 LDPC 码虽然模拟了随机编码的行为, 但难以模拟 JAEP 特性; 而在极化编码中, 极化变换所得到的好信道可以看作是联合典型映射, 这种方法更加符合 Shannon 原始证明的基本思路。极化码渐近差错率随码长指数下降。这样极化码与随机编码具有一致的渐近差错性能, 相当于给出了信道编码定理^[1]的构造性证明。

3.2 极化信息处理

作为信道容量可达的新型编码, 极化码的优势集中体现在 3 个方面:

- (1) 高可靠性。

极化码可以严格证明没有错误平台, 这一点是极化码相比于 Turbo/LDPC 码最重要的性能优势。同时, 在中短码长 (100 ~ 2 000 bit) 下, 采用 CA-SCL 译码算法的极化码性能要显著优于 Turbo/LDPC 码。由于这 2 方面的优势, 极化码能够达到更低的差

错概率, 非常适合于高可靠低时延的通信传输需求。

- (2) 高效性。

已有研究表明, 极化编码调制的性能可以超过 Turbo/LDPC 编码调制。针对极化编码调制的联合优化, 可以在高信噪比条件下逼近信道容量极限, 极大提升频谱效率, 非常适合于高频谱效率传输需求。

- (3) 低复杂度。

极化码的代表性译码算法, 如 SC、SCL/SCS、BP 译码算法, 都可以用低复杂度方式实现。如果能够在译码性能与算法复杂度之间优化设计, 将获得复杂度与可靠性的双重增益, 具有重要的工程实用价值。

自从极化码发明以来, 大量的理论分析表明, 信道极化不仅存在于编码系统中, 也是各种通信系统普遍存在的现象, 例如: 多输入多输出 (MIMO) 系统、多址接入信道 (MAC)、中继系统。一般来说, 我们可以把基于信道极化的通信系统称为极化信息处理系统, 图 9 给出了其详细系统框架。

由图 9 可知, 极化信息处理系统的发射机基于信道极化观点, 对 MIMO/MAC/Relay 等传输信道进行分解, 并与多个极化码编码器进行映射匹配。在接收端, 可以将 MIMO/MAC/Relay 检测算法与多个极化码译码器构成串行抵消结构的整体接收机。

在理论性能上, 极化信息处理系统, 能够逼近相应的信道容

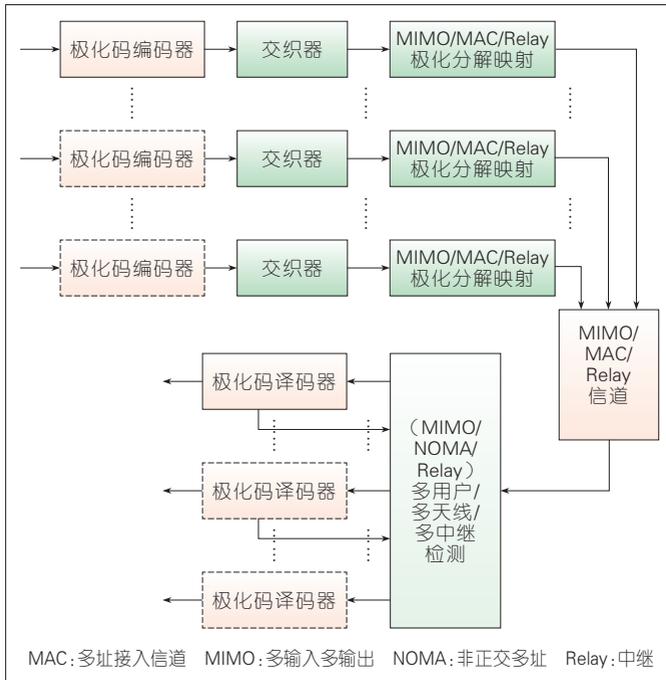


图9 极化信息处理系统框架

量,具有同等或者更好的渐近性能;在实用化方面,极化信息处理系统,由于采用了不需要迭代的类似SC结构的接收机,能够获得复杂度与性能的双重优势。

笔者在文献[29-30]中提出了极化编码的非正交多址(NOMA)与极化编码MIMO系统。与同等条件的Turbo编码系统相比,这些极化编码系统具有显著的性能增益。

4 结束语

本文首先回顾与总结了极化码的基本编译码原理,包括极化编码、构造算法、译码算法,接着介绍了5G移动通信标准中极化码设计的基本思想,最后阐述了极化码的理论优势,并展望未来研究方向。极化码的设计完美体现了JSEP的信息论思

想,可以看作是通信系统整体优化的“大道”与“太极”。极化信息处理系统暗合了中国道家“大道至简、太极混一”的系统论思想,将成为未来通信系统优化的新方向。

参考文献

[1] SHANNON C E. A Mathematical Theory of Communication [J]. The Bell System Technical Journal, 1948, 27(3):379-423, 623-656. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x

[2] ARIKAN E. Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-Achieving Codes for Symmetric Binary-Input Memoryless Channels [J]. IEEE Transaction Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073. DOI: 10.1109/TIT.2009.2021379

[3] 3GPP. Multiplexing and Channel Coding: 3GPP 38.212 V.15.1.0 [S]. 2018

[4] ARIKAN E. Systematic Polar Coding [J]. IEEE Communications Letters, 2011, 15(8): 860-862. DOI: 10.1109/LCOMM.2011.061611.110862

[5] NIU K, CHEN K. CRC-Aided Decoding of Polar Codes [J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668-1671. DOI: 10.1109/LCOMM.2012.090312.121501

[6] NIU K, CHEN K, LIN J R. Beyond Turbo Codes: Rate-Compatible Punctured Polar Codes [C]//IEEE International Conference on Communications (ICC). USA: IEEE, 2013: 3423-3427. DOI: 10.1109/ICC.2013.6655078

[7] NIU K, DAI J C, et al. Rate-Compatible

Punctured Polar Codes: Optimal Construction Based on Polar Spectra [EB/OL]. [2018-12-26]. https://arxiv.org/pdf/1612.01352

[8] WANG R, LIU R. A Novel Puncturing Scheme for Polar Codes [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(12): 2081-2084. DOI: 10.1109/LCOMM.2014.2364845

[9] MORI R, TANAKA T. Performance of Polar Codes with the Construction Using Density Evolution [J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(7): 519-521. DOI: 10.1109/LCOMM.2009.090428

[10] TAL I, VARDY A. How to Construct Polar Codes [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2013, 59(10):6562-6582. DOI: 10.1109/TIT.2013.2272694

[11] TRIFONOV P. Efficient Design and Decoding of Polar Codes [J]. IEEE Transactions on Communications. 2012, 60(11): 3221-3227. DOI: 10.1109/TCOMM.2012.081512.110872

[12] DAI J C, NIU K. Does Gaussian Approximation Work Well for the Long-Length Polar Code Construction? IEEE Access [J]. 2017, 5: 7950-7963. DOI: 10.1109/ACCESS.2017.2692241

[13] SCHURCH C. A Partial Order for the Synthesized Channels of a Polar Code [C]// IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT). USA: IEEE, 2016: 220-224. DOI: 10.1109/ISIT.2016.7541293

[14] HE G N, BELFIORE J C. β -Expansion: A Theoretical Framework for Fast and Recursive Construction of Polar Codes [C]// IEEE GLOBECOM2017. USA: IEEE, 2017: 1-6. DOI: 10.1109/GLOCOM.2017.8254146

[15] CHEN K, NIU K, LIN J R. List Successive Cancellation Decoding of Polar Codes, Electronics Letters [J]. 2012, 48(9): 500-501. DOI: 10.1049/el.2011.3334

[16] TAL I, VARDY A. List Decoding of Polar Codes, IEEE Transactions on Information Theory [J]. 2015 6(5): 2213 - 2226. DOI: 10.1109/TIT.2015.2410251

[17] NIU K, CHEN K. Stack Decoding of Polar Codes [J]. Electronics Letters, 2012, 48(12): 695-696. DOI: 10.1049/el.2012.1459

[18] CHEN K, NIU K, LIN J R. Improved Successive Cancellation Decoding of Polar Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(8): 3100-3107. DOI: 10.1109/TCOMM.2013.070213.120789

[19] LI B, SHEN H, TSE D. An Adaptive Successive Cancellation List Decoder for Polar Codes with Cyclic Redundancy Check [J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(12): 2044-2047. DOI: 10.1109/LCOMM.2012.111612.121898

[20] LEROUX C, RAYMOND A J, SARKIS G, et al. A Semi-Parallel Successive-Cancellation Decoder for Polar Codes [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(2): 289-299. DOI: 10.1109/tsp.2012.2223693

[21] ZHANG C, PARHI K K. Low-Latency Sequential and Overlapped Architectures for Successive Cancellation Polar Decoder [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(10): 2429-2441. DOI: 10.1109/tsp.2013.2251339

下转第 62 页

access.2015.2461602

- [21] 张平, 陶运铮, 张治. 5G 若干关键技术评述 [J]. 通信学报, 2016, 37(7): 15–29. DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2016130
- [22] AGIWAL M, ROY A, SAXENA N. Next Generation 5G Wireless Networks: A Comprehensive Survey [J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2016, 18(3): 1617–1655. DOI:10.1109/comst.2016.2532458
- [23] ITU-R. ITU-R: IMT Vision–Framework and overall Objectives of the Future Development of IMT for 2020 and Beyond: Recommendation ITU-R M.2083-0[R]
- [24] FRICKE A, KUMER T. Interference Study for THz Intra-Device Communication Systems with Multiple Links[C]//12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018). London: EuCAP, 2018:1–5
- [25] RAIMUNDO X, HAJJI M, KLEIN A, et al. Channel Characterisation at THz Frequencies for High Data Rate Indoor

Communications[C]//12th European

- Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018). London: EuCAP, 2018:1–2
- [26] POMETCU L, D'ERRICO R. Characterization of Sub-THz and mmwave Propagation Channel for Indoor Scenarios[C]//12th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP 2018). London: EuCAP, 2018:1–2
- [27] GONZALEZ-GUERRERO L, SHAMS H, FATADIN I, et al. Comparison of Optical Single Sideband Techniques for THz-Over-Fiber Systems [J]. IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology, 2019, 9 (1): 98–105. DOI:10.1109/tthz.2018.2884736
- [28] QIN C, NI W, TIAN H, et al. Radio over Cloud (RoC): Cloud-Assisted Distributed Beamforming for Multi-Class Traffic[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2018: 1. DOI:10.1109/tmc.2018.2859395
- [29] LYU X, REN C, NI W, et al. Multi-timescale Decentralized Online Orchestration of

Software-Defined Networks [J]. IEEE

Journal on Selected Areas in Communications, 2018, 36(12):2716–2730. DOI: 10.1109/JSAC.2018.2871310

作者简介



张平, 北京邮电大学教授、博士生导师, 网络与交换技术国家重点实验室主任, IEEE Fellow, 《通信学报》主编; 长期从事先进移动通信系统的研究与实践; 多次获国家技术发明奖、国家科技进步奖、光华工程科技奖、何梁何利基金科学与技术奖等; 出版专著 10 部, 发表论文 352 篇, 获授权发明专利 278 项。

← 上接第 28 页

- [22] HUSSAMI N., KORADA S. B., URBANKE R. Performance of Polar Codes for Channel and Source Coding [C]//2009 IEEE International Symposium on Information Theory, 2009. USA: IEEE, 2009: 1488–1492. DOI:10.1109/ISIT.2009.5205860
- [23] NIU K, CHEN K, LIN J R. Low-Complexity Sphere Decoding of Polar Codes Based on Optimum Path Metric [J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(2): 332–335. DOI:10.1109/lcomm.2014.010214.131826
- [24] CHEN K, NIU K, LIN J R. An Efficient Design of Bit-Interleaved Polar Coded Modulation [C]//2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2013. USA: IEEE, 2013: 693–697. DOI:10.1109/PIMRC.2013.6666225
- [25] Qualcomm. LDPC Rate Compatible Design

Overview: 3GPP TSG R1–1610137[S]. Portugal, 2016

- [26] NIU K, CHEN K, LIN J R, et al. Polar Codes: Primary Concepts and Practical Decoding Algorithms [J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(7): 192–203. DOI: 10.1109/mcom.2014.6852102
- [27] ARIKAN E, TELATAR E. On the Rate of Channel Polarization [C]//2009 IEEE International Symposium on Information Theory, 2009. USA: IEEE, 2009: 1493–1495. DOI:10.1109/ISIT.2009.5205856
- [28] KORADA S B, SASOGLU E, URBANKE R. Polar Codes: Characterization of Exponent, Bounds, and Constructions [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(12): 6253–6264. DOI:10.1109/tit.2010.2080990
- [29] DAI J C, NIU K, SI Z W, et al. Polar-Coded Non-Orthogonal Multiple Access [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66 (5): 1374–1389. DOI:10.1109/

tsp.2017.2786273

- [30] DAI J C, NIU K, LIN J R. Polar-Coded MIMO Systems [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(7): 6170–6184. DOI:10.1109/tvt.2018.2815602

作者简介



牛凯, 北京邮电大学教授、中国电子学会信息论分会副主任委员; 主要研究方向为信息论与信道编码, 在极化码的高性能译码算法以及实用化构造方面, 取得了诸多开创性成果, 设计的极化码高性能编译码算法成为 5G 标准主流方案; 先后主持多项国家自然科学基金项目与“863”项目; 发表论文 200 篇, SCI 检索 45 篇。