

基于复模式匹配的半矢量硅基光波导模式求解方法

Two-Dimensional Semi-Vectorial Silicon Optical Waveguide Mode Solver Based on Complex Mode-Matching-Method

赵佳/ZHAO Jia
韩林/HAN Lin
黄卫平/HUANG Weiping

(山东大学, 山东 济南 250100)
(Shandong University, Jinan 250100, China)

中图分类号: TN929.5 文献标志码: A 文章编号: 1009-6868 (2017) 05-0011-004

摘要: 提出了一种基于半矢量复模式匹配方法的类矩形波导模式求解方法, 利用一维复模式求解和复模式匹配方法, 求解包括矩形波导在内的任何类矩形波导的电磁场分布和有效折射率。首先在波导一个维度进行差分离散, 得到一维复模式分布, 在另一个维度利用波导的边界条件和电磁场在波导内的奇偶分布特性得到解析关系, 最后通过求解特征矩阵得到类矩形波导中电磁场的分布。与传统方法相比, 利用复模式匹配方法求解类矩形波导中的模场具有计算精度高, 适用范围广等优点。

关键词: 矩形波导; 复模式匹配; 半矢量

Abstract: In this paper, a new two dimensional rectangle-like waveguide mode based on semi-vectorial complex mode-matching-method is proposed. Utilizing one-dimensional complex modes and complex mode-matching method, the electromagnetic field distribution and effective index of waveguide modes can be obtained. The one-dimensional mode distribution can be obtained by using difference discrete in one dimension of the waveguide and the analytic relationship of the other dimension can be solved by using the boundary condition and parity distribution characteristic of the electromagnetic field in the waveguide. The electromagnetic field can be derived by solving the eigenmatrix. Compared with the full vector method, the solution we proposed has the wide application and high accuracy.

Key words: wo-dimensional waveguide; complex mode-matching-method; semi-vector

硅基光电集成技术将光器件小型化并和微纳电子器件集成到同一硅衬底上, 形成一个完整的具有新型功能的新型大规模集成芯片^[1-3], 是光通信技术发展的趋势。受工艺条件限制, 硅基光波导通常采用类矩形的结构(条型波导、脊型波导等)^[4-5]。因此, 如何精确求解出波导中的模式, 利用模式分析方法研究硅基光电器件的光传输性能, 从而指导集成芯片的设计, 就变得尤为重要。常用的求解波导模式的方法包括: 有限差分法^[6]、有限元法^[7]等数值计算方法, 此类方法由于求解精度与网格尺寸有关, 导致在高精度情况下计算量较大。为简化波导分析过程, 我们利用一维平板波导的复模式分析方法和复模式匹配的方法^[8-9]建立了类矩形波导的半解析模式求解算法。将类矩形波导拆分, 如图1所示, 在横截面沿一个维度将波导拆分成几个均

匀的单元, 每个单元作为平面波导来处理, 求解每个单元利用完全匹配层(PML)和完美反射边界(PRB)截断的复模式分布^[10-12], 在界面处利用电磁场的连续性进行模式匹配, 得到另一维度下的解析关系, 从而求解出模场的分布和传播常数的大小。由于大尺寸硅基光波导中的横电波模式(TE)和横磁波模式(TM)的主要场分量 E_y 、 H_x 、 H_z 和 E_x 、 H_y 、 E_z 比其他场分量大几个数量级, 以下主要针对两种模

场(TE和TM)的主要场分量进行了分析(半矢量分析)。

1 一维平板模式

假设在一维平板波导中的传播方向为 u , 平板波导的折射率只在 y 方向变化, 结构沿 v 方向是均匀的。基于半矢量分析方法, 波导中只需考虑TE或TM分量, 下文中以TE的模式为例, TM模式分析方法与TE模式分析方法一致。

收稿日期: 2017-08-03
网络出版日期: 2017-09-04

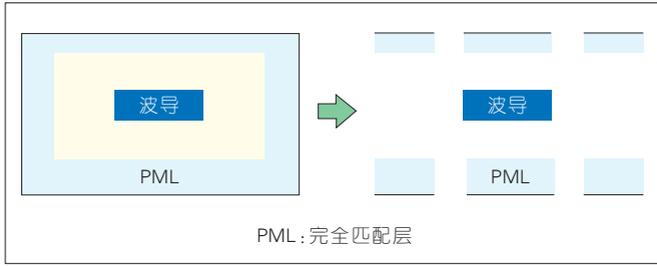


图1 矩形波导拆分成3个均匀的平板波导

TE 模的 3 个场分量可以表示成:

$$TE: \hat{H}_y = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial \hat{E}_z}{\partial y} \hat{H}_u = -\frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial y} \hat{E}_v = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{\partial \hat{H}_u}{\partial y} - \frac{\partial \hat{H}_y}{\partial u} \right) \quad (1)$$

沿 y 方向, 波导被 PML 和 PRB 截断, 在 PRB 处的边界条件是电场为 0。一维电磁场分布可以由平板波导模式沿着 u 方向传输得到, 场的表达式为:

$$\hat{H}_y = H_y e^{-jk_x^TE u}, \hat{H}_u = H_u e^{-jk_x^TE u}, \hat{E}_v = E_v e^{-jk_x^TE u} \quad (2)$$

2 二维平面模式

在平板波导的坐标系下, 电磁场的传播方向为 u , 结构沿 v 均匀, 折射率变化的方向为 y 方向。将几个平板波导在 xyz 坐标系下组合, 如图 2 所示, 电磁场可沿 xz 平面内的任意方向传播, 因此可将传播常数分解到 x 和 z 方向, 场分量分解到 xyz 坐标系中。

对于平板波导 TE 模来说, H_y 分量在坐标转换时保持不变, H_u 和 H_v 分解成 H_x 、 H_z 、 E_x 、 E_z , 这 5 个分量称为纵电 (LSE) 模。二维模式可以由许多 LSE 模式来组成, 这些 LSE 模式有同样的 z 向传播常数 β 。

沿 x 方向的 LSE 模为: 沿 x 正方向的传播常数为 $k_x^{TE} = \sqrt{(k_u^{TE})^2 - \beta^2}$, 其中

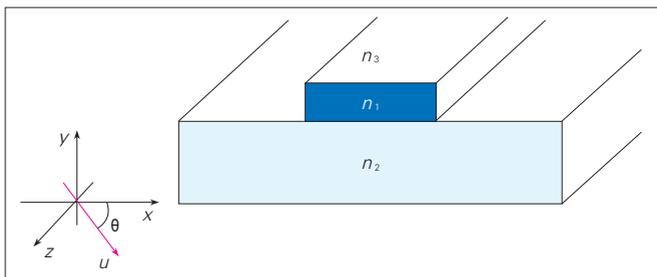


图2 两种坐标系下条波导的结构

β 有正的实部和负的虚部, 定义 $\sin \theta^{TE} = \frac{\beta}{k_u^{TE}}$, $\cos \theta^{TE} = \frac{k_x^{TE}}{k_u^{TE}}$ 。场分量可以表示成:

$$\begin{aligned} E_x^{TE} &= -E_v \sin \theta^{TE}, E_y^{TE} = 0, E_z^{TE} = E_v \cos \theta^{TE}, H_x^{TE} = H_u \cos \theta^{TE}, \\ H_y^{TE} &= H_y, H_z^{TE} = H_u \sin \theta^{TE} \end{aligned} \quad (3)$$

同上, 沿 x 负向传播常数为 $-k_x^{TE}$, 场分量为:

$$\begin{aligned} E_x^{TE} &= -E_v \sin \theta^{TE}, E_y^{TE} = 0, E_z^{TE} = -E_v \cos \theta^{TE}, H_x^{TE} = -H_u \cos \theta^{TE}, \\ H_y^{TE} &= H_y, H_z^{TE} = H_u \sin \theta^{TE} \end{aligned} \quad (4)$$

3 二维半矢量模式分解

在 x 方向上任意位置的半矢量模可以分解为 LSE 模。只考虑 TE 模式, 二维场分布可以表示为:

$$\begin{aligned} E_x(x, y) &= \sum_{p=1}^N -E_{v,p}(y) \sin \theta_p (c_p^+ e^{-jk_{v,p}x} + c_p^- e^{jk_{v,p}x}) \\ E_y(x, y) &= 0 \\ E_z(x, y) &= \sum_{p=1}^N E_{v,p}(y) \cos \theta_p (c_p^+ e^{-jk_{v,p}x} - c_p^- e^{jk_{v,p}x}) \\ H_x(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{u,p}(y) \cos \theta_p (c_p^+ e^{-jk_{v,p}x} - c_p^- e^{jk_{v,p}x}) \\ H_y(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{y,p}(y) (c_p^+ e^{-jk_{v,p}x} + c_p^- e^{jk_{v,p}x}) \\ H_z(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{u,p}(y) \sin \theta_p (c_p^+ e^{-jk_{v,p}x} + c_p^- e^{jk_{v,p}x}) \end{aligned} \quad (5)$$

假设 $C^\pm = c^\pm \pm c^\mp$, 式(5)写成:

$$\begin{aligned} E_x(x, y) &= \sum_{p=1}^N -E_{v,p}(y) \sin \theta_p (C_p^+ \cos k_{v,p}x - jC_p^- \sin k_{v,p}x) \\ E_y(x, y) &= 0 \\ E_z(x, y) &= \sum_{p=1}^N E_{v,p}(y) \cos \theta_p (-jC_p^+ \sin k_{v,p}x + C_p^- \cos k_{v,p}x) \\ H_x(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{u,p}(y) \cos \theta_p (-jC_p^+ \sin k_{v,p}x + C_p^- \cos k_{v,p}x) \\ H_y(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{y,p}(y) (C_p^+ \cos k_{v,p}x - jC_p^- \sin k_{v,p}x) \\ H_z(x, y) &= \sum_{p=1}^N H_{u,p}(y) \sin \theta_p (C_p^+ \cos k_{v,p}x - jC_p^- \sin k_{v,p}x) \end{aligned} \quad (6)$$

4 传输矩阵

在单元波导的边界处, 电场的切向分量和磁场的法向分量是连续的, 假设波导的边界在 $x=0$ 处, 如图 3 所示。界面处表达式如式(7):

$$\sum_{p=1}^N E_{v,p}^c \cos \theta_p^c C_p^{c-} = \sum_{p=1}^N E_{v,p}^s \cos \theta_p^s C_p^{s-} \quad (7)$$

$$\sum_{p=1}^N H_{u,p}^c \sin \theta_p^c C_p^{c+} = \sum_{p=1}^N H_{u,p}^s \sin \theta_p^s C_p^{s+} \quad (8)$$

式(7)两边同乘 $H_{y,q}^c$, 式(8)两边同乘 $E_{v,q}^c$, 可得到:

$$\int_{y_0}^{y_N} \begin{bmatrix} H_{y,1}^c E_{v,1}^c \cos \theta_1^c & L & H_{y,1}^c E_{v,1}^c \cos \theta_1^c & \begin{bmatrix} C_1^{c-} \\ M \\ C_N^{c-} \end{bmatrix} \\ M & O & M & \\ H_{y,N}^c E_{v,N}^c \cos \theta_N^c & L & H_{y,N}^c E_{v,N}^c \cos \theta_N^c & \end{bmatrix} = \int_{y_0}^{y_N} \begin{bmatrix} H_{y,1}^s E_{v,1}^s \cos \theta_1^s & L & H_{y,1}^s E_{v,1}^s \cos \theta_1^s & \begin{bmatrix} C_1^{s-} \\ M \\ C_N^{s-} \end{bmatrix} \\ M & O & M & \\ H_{y,N}^s E_{v,N}^s \cos \theta_N^s & L & H_{y,N}^s E_{v,N}^s \cos \theta_N^s & \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\int_{y_0}^{y_N} \begin{bmatrix} E_{v,1}^c H_{u,1}^c \cos \theta_1^c & L & E_{v,1}^c H_{u,1}^c \cos \theta_1^c & \begin{bmatrix} C_1^{c+} \\ M \\ C_N^{c+} \end{bmatrix} \\ E_{v,N}^c H_{u,N}^c \cos \theta_N^c & L & E_{v,N}^c H_{u,N}^c \cos \theta_N^c & \end{bmatrix} = \int_{y_0}^{y_N} \begin{bmatrix} E_{v,1}^s H_{u,1}^s \cos \theta_1^s & L & E_{v,1}^s H_{u,1}^s \cos \theta_1^s & \begin{bmatrix} C_1^{s+} \\ M \\ C_N^{s+} \end{bmatrix} \\ E_{v,N}^s H_{u,N}^s \cos \theta_N^s & L & E_{v,N}^s H_{u,N}^s \cos \theta_N^s & \end{bmatrix} \quad (10)$$

5 边界条件和传输谐振条件

5.1 $x=L$ 处的边界条件

在 PML 和 PRB 作为边界条件的

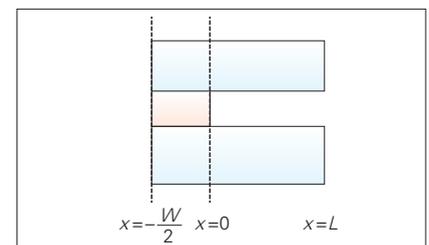


图3 条波导的截面

模型中,边界为 $x=L$ 。材料是均匀的,坐标拉伸后 L 变成一个复数。利用边界条件得到:

$$E_z(L,y) = \sum_{p=1}^N E_{\tau,p}^s(y) \cos \theta_p^s (-jC_p^{s+} \sin k_{x,p}^s L + C_p^{s-} \cos k_{x,p}^s L) = 0$$

或

$$C_p^{s-} = j \tan(k_{x,p}^s L) C_p^{s+} \quad p=1,2,\dots,N$$

假设

$$\text{Tan}_s = \text{diag}\{j \tan(k_{x,p}^s L)\} \quad p=1,2,\dots,N$$

$$C^{s-} = \text{Tan}_s C^{s+} \quad (11)$$

5.2 $x=-W/2$ 处的边界条件

(1) 奇模

如图3所示对称结构,如果 $x=-W/2$ 处的电场为零,也就是 $E_x=E_z=0$,边界条件为:

$$E_z(-\frac{W}{2},y) = \sum_{p=1}^N E_{\tau,p}^c(y) \cos \theta_p^c (jC_p^{c+} \sin k_{x,p}^c \frac{W}{2} + C_p^{c-} \cos k_{x,p}^c \frac{W}{2}) = 0$$

或

$$C_p^{c-} = -j \tan(k_{x,p}^c \frac{W}{2}) C_p^{c+} \quad p=1,2,\dots,N$$

假设

$$\text{Tan}_c = \text{diag}\{-j \tan(k_{x,p}^c \frac{W}{2})\} \quad p=1,2,\dots,N$$

(2) 偶模

如果在 $x=-W/2$ 处的磁场为0,波导的模式为偶模,边界条件为:

$$H_x(-\frac{W}{2},y) = \sum_{p=1}^N H_{\tau,p}^c(y) \cos \theta_p^c (C_p^{c+} \cos k_{x,p}^c \frac{W}{2} + jC_p^{c-} \sin k_{x,p}^c \frac{W}{2}) = 0$$

或

$$C_p^{c-} = j \cot(k_{x,p}^c \frac{W}{2}) C_p^{c+} \quad p=1,2,\dots,N$$

假设

$$\text{Tan}_c = \text{diag}\{j \cot(k_{x,p}^c \frac{W}{2})\} \quad p=1,2,\dots,N$$

因此不论是奇模还是偶模,都可以写成:

$$C^{c-} = \text{Tan}_c C^{c+} \quad (12)$$

5.3 传输谐振条件

综合式(9)、(10)、(12),可得到传输谐振条件:

$$(R_1 \text{Tan}_s)^{-1} (L_1 \text{Tan}_c) - R_2^{-1} L_2) C^{c+} = 0$$

或 $F(\beta) \cdot C^+ = 0$

这是一个本征值问题,在传播常数 β 处矩阵 F 的值为0,可得到场分布系数 C 矩阵。

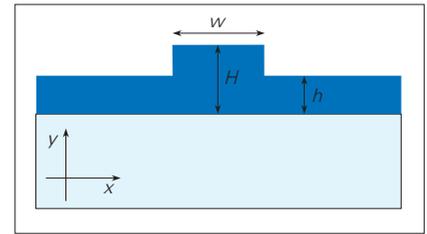
6 脊波导模式计算

为进一步验证半矢量模式匹配方法解模的精确性,这里以硅光子平台常用的脊型波导为例进行对比计算。如图4所示,脊型波导的上包层材料为空气,中间芯层材料为硅(折射率为3.47),下衬底为二氧化硅(折射率为1.44)。脊型波导中间高度 H 为 $0.6 \mu\text{m}$,两边平板的高度 h 为 $0.4 \mu\text{m}$,脊的宽度 W 为 $0.8 \mu\text{m}$ 。进行计算的窗口大小为 $3.6 \mu\text{m} \times 2.8 \mu\text{m}$,PML的厚度为 $500 \sim 10i \text{ nm}$ 。计算波长为 $1.55 \mu\text{m}$ 。计算得到的各个场分量如图5所示。

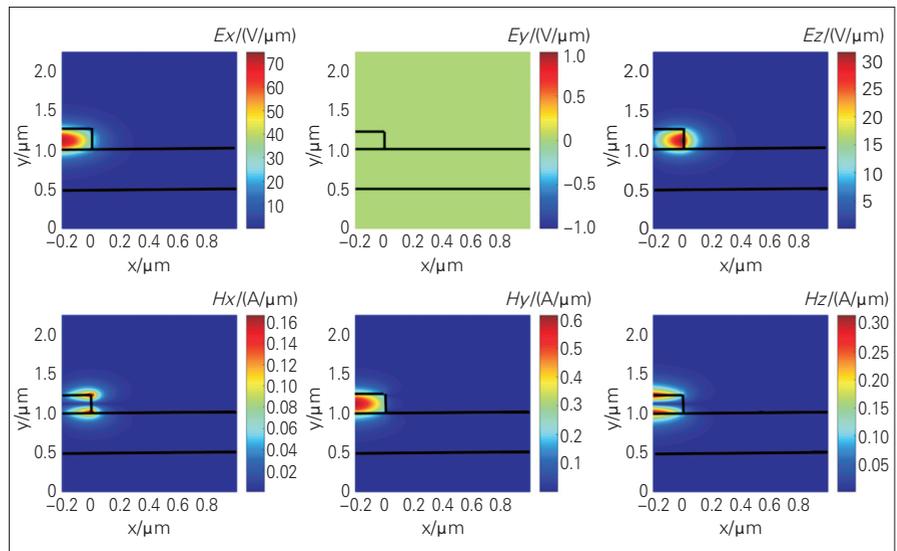
将半矢量结果与数值计算结果进行了比较。定义折射率的相对误差为:

$$\frac{(n_{\text{eff,semi_vector}} - n_{\text{eff}})}{n_{\text{eff}}} \quad (12)$$

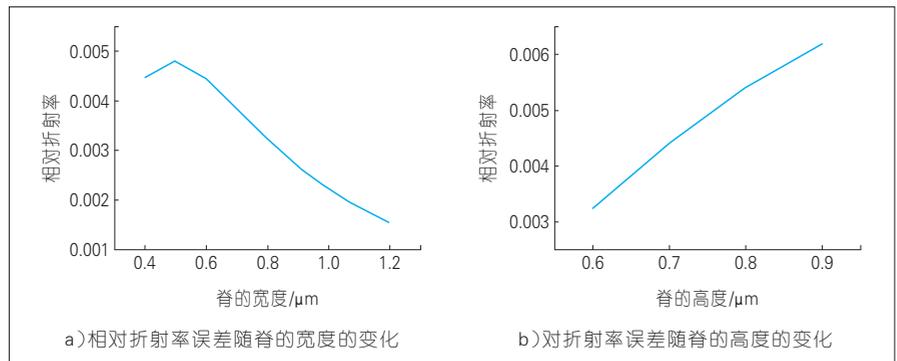
如图6所示,随着脊的宽度增加,脊波导中的传输模式更接近纯TE或TM模式,计算误差会降低。随



▲图4 脊波导的横截面 ($H=0.6 \mu\text{m}$, $h=0.4 \mu\text{m}$, $W=0.8 \mu\text{m}$)



▲图5 脊波导TE₀各分量的场分布



▲图6 相对折射率误差的变化

着脊的高度增加,波导中的传播模式不再是纯 TE 或 TM 模,计算误差将会增大。

7 结束语

文章中,我们提出了一种新的精确求解大截面波导模式的方法,相比波脊波导解模的经验公式,精度大大提高;相比数值计算方法不需要进行网格剖分和迭代计算,仅需要进行传输矩阵运算,内存占用少,计算量小;相比全矢量模式解模算法复杂度降低,在波导截面相对较大(纯 TE 或 TM 模)情况下,精度和全矢量相当。因此在大截面波导器件设计过程中,用半矢量的解模算法替代传统模式求解算法,在相同精度下可得到更快的计算速度。

致谢

本研究得到 McMaster 大学梁海波博士和山东大学孙崇磊博士的帮助,在此表示感谢。

参考文献

- [1] SUN C, WADE MT, LEE Y, et al. Single-Chip Microprocessor that Communicates Directly Using Light[J]. Nature, 2015,528(7583): 534-538. DOI:10.1038/nature16454
- [2] HUANG Y, SONG J F, LUO X S. CMOS Compatible Monolithic Multi-Layer Si3N4-on-SOI Platform for LowLoss High

- Performance Silicon Photonics Dense Integration[EB/OL].(2014-09-02)[2017-08-02].http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=oe-22-18-21859
- [3] HECK M J R, BOUTERS J F, DEVENPORT M L. Hybrid Silicon Photonic Integrated Circuit Technology[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2013, 19(4): 6100117-6100117. DOI: 10.1109/JSTQE.2012.2235413
- [4] FISCHER U, ZINKE T, KROPP J R, F, et al. 0.1 dB/cm Waveguide Losses in Single-Mode SOI Rib Waveguides[J]. IEEE Photonics Technology Letters,2996,8(5): 647-648. DOI: 10.1109/68.491567
- [5] RICKMAN A G, REED G T, NAMAVAR F. Silicon-on-Insulator Optical Rib Waveguide Loss and Mode Characteristics[J]. Journal of Lightwave Technology, 1994, 12(10): 1771-1776. DOI: 10.1109/50.337489
- [6] ARMAN B, FALLAKHAIR, KAI S, MURPHY T E. Vector Finite Difference Modesolver for Anisotropic Dielectric Waveguides[J]. Journal of Lightwave Technology, 2008, 26(11): 1423-1431
- [7] SELLERI, STEFANO P. Modal Analysis of Rib Waveguide Through Finite Element and Mode Matching Methods[J]. Optical and Quantum Electronics, 2001, (33): 373-386. DOI:10.1023/A:1010838716217
- [8] SUJECKI S. Arbitrary Truncation Order Three-Point Finite Difference Method for Optical Waveguides with Stepwise Refractive Index Discontinuities[J].Optical Letter, 2010,(35): 4115-4117
- [9] LU Y C, HUANG W P, JIAN S S. Full Vector Complex Coupled Mode Theory for Tilted Fiber Gratings[J]. Optical Express, 2010, (18): 713-726
- [10] BERENGER J P. A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. Journal of Compututation Phsics[J]. 1994, 114(2) :185-200. DOI: 10.1006/jcph.1994.1159
- [11] YU C P, CHANG H C. Yee-Mesh-Based Finite Difference Eigenmode Solver with PML Absorbing Boundary Conditions for Optical Waveguides and Photonic Crystal

Fibers[J].Optical Express, 2004,(12): 6165-6177

- [12] CHIOU Y P, CHIANG Y C, CHANG H C. Improved Three-Point Formulas Considering the Interface Conditions in the Finite-Difference Analysis of Step-Index Optical Devices[J]. Journal of Lightwave Technology, 2000, 18(2): 243-251. DOI: 10.1109/50.822799

作者简介



赵佳,山东大学副教授;主要研究领域为硅基光电子集成技术、激光物理与技术;承担多项国家级项目;已发表论文 30 余篇。



韩林,山东大学副研究员;主要研究领域为电磁场数值计算、光电子器件设计;承担多项基金项目 and 横向项目;已发表 SCI 检索论文 10 余篇。



黄卫平,山东大学教授;主要研究领域为光电子器件、光电子集成和光通信技术,主要学术贡献为非正交耦合模理论、矢量波束传播算法、半导体激光器分层建模理论以及大规模光电集成芯片和系统的复模式理论等,为光电集成器件设计和分析提供了有效工具;已在国际学术刊物上发表论文 200 余篇、国际学术会议上发表论文 100 余篇,并持有美国专利 7 项。

← 上接第 6 页

- Quantum Electronics, 1986, 22(6): 873-879
- [2] SOREF R A, SCHMIDTCHEN J, PETERMANN K. Large Single-Mode Rib Waveguides in GeSi-Si and Si-on-SiO₂[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1991, 27(8): 1971-1974
- [3] RICKMAN A G, REED G T, NAMAVAR F. Silicon-on-Insulator Optical Rib Waveguide Loss and Mode Characteristics[J]. Journal of Lightwave Technology, 1994, 12(10):1771-1776
- [4] LUAN H C, LIM D R, LEE K K, et al. High-Quality Ge Epilayers on Si with Low Threading-Dislocation Densities[J].Appl. Phys. Lett. 1999,(75): 2909.DOI: 10.1063/1.125187
- [5] BOGAERTS W, BAETS R, DUMON P, et al. Nanophotonic waveguides in silicon-on-insulator fabricated with CMOS technology. Journal of Lightwave Technol, 2005,(23):401
- [6] LIU A, JONES R, LIAO L, et al. A High-

- Speed Silicon Optical Modulator Based on a Metal-Oxide-Semiconductor Capacitor[J]. Nature, 2004, (427):615-618.DOI: 10.1038/nature02310
- [7] LIU A, LIAO L, RUBIN D, et al. High-Speed Optical Modulation Based on Carrier Depletion in a Silicon Waveguide[J]. Optical Express,2007, (15): 660-668
- [8] SOREF R, BENNETT B. Electrooptical Effects in Silicon[J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 1987, 23(1):123-129
- [9] LIU J, BEALS M, POMERENE A, et al. Waveguide-Integrated, Ultralow-Energy GeSi Electro-Absorption Modulators [J]. Nature Photonics,2008(2):433-437
- [10] FANG A W, PARK H, COHEN O, et al. Electrically Pumped Hybrid AlGaInAs-Silicon Evanescent Laser [J].Optical Express, 2006,(14):9203-9210
- [11] LIU J, SUN X, AGUILERA R C, et al. Ge-on-Si Laser Operating at Room Temperature[J]. Optical Letter, 2010, 35(5): 679-681. DOI: 10.1364/OL.35.000679

作者简介



孙笑晨,中兴光电子技术有限公司技术总监;主要研究领域为硅光子、光子集成;已发表 SCI 论文 40 余篇。



张琦,中兴光电子技术有限公司研发总监;主要研究领域为高速大容量光通信、硅光集成;先后主持和参加基金项目 10 余项,获得 3 项科研成果奖;已发表论文 20 余篇。